SUPPLEMENTO AGLI

ANNALI DELLA SPERIMENTAZIONE AGRARIA

1948, nuova serie, vol. II, num. 5

STAZIONE AGRARIA SPERIMENTALE
(Direttore: Vincenzo Carrante)
BARI

SALVATORE DI PRIMA

PRINCIPALI CALCOLI STATISTICI ED APPLICAZIONI PER LE RICERCHE NEL CAMPO AGRARIO

SOMMARIO: Introduzione. – 1. Preliminari. – 2. Le osservazioni. – 3. Rappresentazioni grafiche. – 4. Probabilità. – 5. Medie. – 6. Moda, mediana e simmetria. – 7. Calcolo dei momenti. – 8. Interpolazione. – 9. Correlazione. – 10. Regressione. – 11. Dati empirici e teorici. – 12. Associazione tra variabili. – 13. Rapporto di concentrazione. – 14. Variabilità. – 15. Varianza (semplice, multipla, nel quadrato latino, con sottoclassi). – 16. Covarianza. – 17. Appendice: uso delle tavole. – Riassunto. – Summary. – Piccola bibliografia.

INTRODUZIONE

Il prof. V. Carrante, direttore della Stazione agraria sperimentale di Bari, che mi è grato ringraziare pubblicamente per i consigli e le indicazioni nel suggerire e prospettare il presente lavoro, ha più volte richiamato la mia attenzione sulla grande utilità, ed in alcuni casi necessità, di predisporre una pubblicazione riassuntiva sui principali metodi di elaborazione statistica dei dati sperimentali che vengono raccolti nelle esperienze agrarie o di biologia agraria, al fine di mettere a servizio della sperimentazione la collaborazione di quella parte delle discipline matematiche di uso più comune nella metodologia statistica.

Ad esperienze effettuate ricorre spesso il caso di dovere interpretare, con la maggiore obiettività ed attendibilità, i dati ricavati e spesso essi non si prestano ad una interpretazione univoca ed evidente che lascia tranquilli sulle conclusioni in un senso o nell'altro della esperienza medesima, specie se questa sia complessa e pluriennale.

Ad esempio, volendo studiare in modo completo un certo aspetto di un fenomeno, può capitare che lo sperimentatore sia portato a calcolare

PLANT DISEASE REPORTER
13 JUL 1950

dei rapporti di connessione cioè delle « correlazioni » tra una data modalità x (per es. intensità di un male, quantità di prodotto, ecc.) e le modalità y, y', y'', ecc. (per es. età delle pianticelle, lunghezza dello stelo, sviluppo delle radici, percentuale composizione chimica, ecc.). Ora poichè tali esperienze è necessario che si compiano su un grande numero di pianticelle, e giacchè i dati ottenuti devono essere considerati nel loro complesso, si verifica facilmente che, senza l'applicazione di un rigoroso calcolo statistico, mediante il quale si ricava l'esatta intensità della studiata correlazione e la sua significatività, possa passare inosservata una data connessione di fattori, non intravisti chiaramente perchè influenzati da altre cause; oppure al contrario che, se le piante sono limitate come numero, si facciano delle asserzioni ritenute momentaneamente esatte ma confutate da altri ricercatori in un secondo momento, in quanto le conclusioni non tenevano conto dell'influenza del « caso », mentre che, col calcolo della « probabilità » e della significanza della correlazione, si sarebbero potute evitare. Non solo, ma estendendo i calcoli (ad es. con la correlazione parziale e multipla) si può stabilire come i diversi fattori agenti sono tra loro collegati, giungendo ad es. alla conclusione che la grandezza y ha influenza sulla variabile x solo in quanto agisce sull'altra variabile y' (per es. ostacolandone l'accrescimento) ecc.

È noto che solo da appena duecento anni l'applicazione del metodo statistico è entrata nei vari rami della scienza e tra questi per ultimo, principalmente per la forte critica ostile iniziale ed i preconcetti esistenti sui fenomeni vitali, nella biologia ed, in particolare, solo recentemente, ma non con minore importanza nel campo agrario.

Tuttavia è ormai generalmente noto nelle pubblicazioni fatte negli Istituti sperimentali esteri di elaborare i dati mediante le formule della statistica in modo da considerare attendibili quelle risultanze di sufficiente significatività, eliminando quelle che non sono.

Ancora più utile appare l'impiego della statistica nel momento iniziale in cui viene deciso l'impianto dell'esperimento, essendo possibile prevedere schemi adatti a conseguire risultati sicuri. Mancando nella bibliografia italiana opere di statistica applicata all'agricoltura e alla biologia, alleggerite dalla parte delle dimostrazioni e sviluppi dei calcoli matematici e delle teorie e metodi seguiti, e che riassumano gli accorgimenti, le norme, le nozioni e quell'insieme di formule di più frequente applicazione nella biometria, inerenti alla esperimentazione agraria, il prof. Carrante e lo scrivente si sono trovati d'accordo nel riconoscere la grande utilità di predisporre il seguente studio.

Ho ritenuto opportuno di svolgere tale lavoro brevemente sotto forma di appunti e in modo semplice e pratico, cioè nella forma più piana e facile che mi sia stato consentito dalla materia. Mi riterrò soddisfatto se avrò svolto nei capitoli che seguono il non facile compito che potrei definire di divulgazione di quella parte della statistica più utile per la sperimentazione agraria.

1. – Preliminari

Le radici di ogni scienza sono gli esperimenti, i cui risultati trovano il necessario alimento nei dati diretti o grezzi, genericamente espressi in simboli numerici (o unita statistiche), dopo che sono stati trasformati, con opportune operazioni e previo un attento e ponderato esame, in dati indiretti o derivati o elaborati.

Per il complesso di tale indispensabile processo nelle scienze di osservazione si utilizza quel fondamentale e agevole strumento che è l'applicazione matematica e più particolarmente quella branca chiamata appunto statistica, che si occupa pertanto: 1) della rilevazione del materiale, cioè raccolta e critica dei dati diretti; 2) della elaborazione del materiale greggio con particolari procedimenti aritmetici o algebrici e grafici; tale fase è la più notevole e più delicata perchè a seconda del metodo seguito si riuscirà ad esprimere più chiaramente l'indagine e a trovare un risultato più appropriato; 3) dell'esposizione del materiale elaborato mediante tabelle numeriche o grafiche (diagrammi); 4) dell'interpretazione dei dati elaborati esponendo le leggi ricavate o intraviste.

Mediante la statistica possiamo quindi ricavare di uno o più fenomeni osservati: 1) la sintesi nel modo più breve ed efficace; 2) una più esatta ed evidente descrizione e andamento; 3) l'intensità ed i caratteri salienti; 4) la regola e legge dall'apparente irregolarita; 5) la significanza e l'attendibilità dei singoli valori e del risultato dell'esperienza in esame; 6) le relazioni tra i fenomeni; 7) alcune previsioni.

Ma prima di esporre le principali nozioni di statistica biometrica, si riportano alcune delle principali formule ed espressioni che talvolta occorre conoscere per iniziare ed elaborare un calcolo statistico.

a) Rapporti : frequentissimo è l'uso dei rapporti tra i valori di una grandezza variabile coi valori di un'altra grandezza variabile dello stesso fenomeno (ad es. il rendimento medio (=dato derivato) per ettaro d'un prodotto è dato dal rapporto tra il quantitativo totale del prodotto e il numero complessivo di ettari impiegati per la sua coltivazione). Con i rapporti si possono esprimere anche altre leggi, come ad es. gli indici fillotassici dei cicli fogliari: $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{3}{8}, \frac{5}{13} \ldots\ldots$ che sono costanti per tutte le piante della stessa specie. (Si noti che il numeratore ed il denominatore di ciascuna frazione sono rispettivamente la somma dei numeratori e dei denominatori dei due rapporti precedenti).

b) Proporzioni: aritmetiche $a - b = c - d$; geometriche $a : b = c : d$. Dalla proporzione geometrica si ricava il rapporto di composizione o percentuale x di due grandezze a e b cioè : $x = \frac{a \cdot 100}{b}$.

c) Progressioni: una successione ordinata di numeri tali che la differenza o il rapporto fra ogni termine a_i ed il precedente a_{i-1} abbia lo stesso valore (detto ragione) costituisce rispettivamente una progressione aritmetica o geometrica.

La progressione aritmetica si indica	La progressione geometrica si indica
con $\div\ a_1 , a_2 , \ldots a_n \ldots$	con $\therefore\ a_1 , a_2 , \ldots a_n \ldots$
E si ha:	E si ha:
$a_{n+1} - a_n = d$	$\frac{a_{n+1}}{a_n} = q$
$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$	$S_n = \frac{a_n q - a_1}{q - 1}$
$a_n = a_1 + (n - 1)\, d$	$a_n = a_1 q^{n-1}$

essendo

S_n = somma di n termini
a_1 = primo termine
a_n = ultimo termine
n = numero dei termini
d = ragione o differenza
q = ragione o quoziente.

Si ha una progressione armonica quando la successione delle grandezze reciproche delle grandezze date è una progressione aritmetica.

d) Equazioni:

I° grado a tre incognite: $\begin{cases} a\,x + b\,y + c\,z = d \\ a'x + b'y + c'z = d' \\ a''x + b''y + c''z = d'' \end{cases}$

Con la regola di Cramer le soluzoni del suddetto sistema sono date da:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} d & b & c \\ d' & b' & c' \\ d'' & b'' & c'' \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b & c \\ a' & b' & c' \\ a'' & b'' & c'' \end{vmatrix}} \qquad y = \frac{\begin{vmatrix} a & d & c \\ a' & d' & c' \\ a'' & d'' & c'' \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b & c \\ a' & b' & c' \\ a'' & b'' & c'' \end{vmatrix}} \qquad z = \frac{\begin{vmatrix} a & b & d \\ a' & b' & d' \\ a'' & b'' & d'' \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b & c \\ a' & b' & c' \\ a'' & b'' & c'' \end{vmatrix}}$$

II° grado complete $x^2 + a\,x + b = 0$ da cui $x = -\frac{a}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - b}$.

III° grado: $x^3 + p\,x + q = 0$ le radici si possono trovare graficamente cercando le ascisse dei punti comuni alla parabola cubica $y = x^3$ ed alla retta $y + p\,x + q = 0$. In generale la radice di una equazione $f(x) = 0$ di grado n è data da $x_0 = x_1 + \varepsilon$ essendo x_1 un valore molto approssimato in difetto ad x_0 ed $\varepsilon = -\frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$.

e) Serie: Quando un fenomeno viene studiato in funzione di una o più mutabili o variabili si forma con i dati (o unità statistiche) raccolti ed ordinati, la serie. Si riportano alcune serie convergenti $\left(\sum_{i=1}^{\infty} a_i = A\right)$ e divergenti $\left(\sum_{i=1}^{\infty} a_i = \infty\right)$ ma non indeterminate $\left(\sum_{i=1}^{\infty} a_i = \text{senza valore fisso}\right)$:

$$\frac{n\,(n+1)}{2} = 1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + n$$

$$n\,(n+1) = 2 + 4 + 6 + 8 + \ldots + 2n$$

$$n^2 = 1 + 3 + 5 + 7 + \ldots + (2n - 1)$$

$$\frac{n\,(n+1)\,(2n+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \ldots + n^2$$

$$2 = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \ldots$$

$$e = 2{,}718282 \ldots = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} + \ldots$$

$$\pi = 3{,}14159265358979323846 \ldots = \sim \frac{355}{113}$$

$$\frac{\pi}{4} = 0{,}785398 \ldots = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \ldots$$

$$f(x) = f(0) + \frac{x}{1!} f'(0) + \frac{x^2}{2!} f''(0) + \ldots + \frac{x^n}{n!} f^{(n)}(\theta x).$$

f) Fattoriale: $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \ldots n = n! \simeq \left(\frac{n}{e}\right)^n \sqrt{2\pi n}$.

g) Disposizioni: disposizione semplice di n oggetti ad m ad m: $D(n, m) = \frac{n!}{(n-m)!} = n\,(n-1)\,(n-2) \ldots (n-m+1)$; disposizione con ripetizione di n oggetti ad m ad m : $D_r(n, m) = n^m$.

h) Permutazioni: permutazione semplice di n oggetti: $P(n) = n\,(n-1)\,(n-2)\,(n-3) \ldots 2 \cdot 1 = n!$; permutazione con ripetizione di n oggetti: $P_r(n) = \frac{n!}{\alpha!\,\beta!\,\gamma!}$ essendo α, β, γ il numero degli oggetti uguali tra loro e quindi $\alpha + \beta + \gamma = n$.

i) Combinazioni: combinazione semplice degli n oggetti ad m ad m: $C(n, m) = \frac{n\,(n-1)\,(n-2) \ldots (n-m+1)}{m!} = \frac{n!}{(n-m)!\,m!} = \binom{n}{m}$; combinazione con ripetizione di n oggetti ad m ad m: $C_r(n, m) = \binom{n+m-1}{m}$

l) Binomio di Newton: $(a+b)^n = a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 + \ldots + \binom{n}{n-1} a b^{n-1} + b^n$.

m) Derivate: la derivata di $F(x)$ per $x = c$ è data da $\lim_{h \to 0} \frac{f(c+h) - f(c)}{h}$.

Es. $\frac{dc}{dx} = 0$, $\frac{dx}{dx} = 1$, $\frac{dx^m}{dx} = m x^{m-1}$,

$$\frac{d[f(x)]^m}{dx} = m[f(x)]^{m-1} \frac{df}{dx}, \quad \frac{d\sqrt[n]{x^m}}{dx} = \frac{m}{n} \cdot \sqrt[n]{x^{m-n}}, \ldots$$

I punti di massimo e minimo di una funzione $y = f(x)$ si hanno dalle radici $x_1, x_2, x_3, \ldots x_n$ dell'equazione $\frac{dy}{dx} = 0$. A seconda che $\frac{d^2y}{dx^2}$ calcolata nel punto x_i è > 0 oppure < 0 si ha un minimo od un massimo per quel dato punto x_i.

Un esempio si ha nelle curve degli incrementi di produzione e delle spese in funzione dell'intensità d'impiego dei mezzi fertilizzanti. Se indichiamo con $\varphi(x)$ il valore dell'incremento di produzione conseguito con la quantità x di concime e con $\psi(x)$ la spesa relativa, il profitto misurato dalla differenza $\varphi(x) - \psi(x)$ diventa massimo evidentemente per $\varphi'(x) = \psi'(x)$, cioè nel punto M del diagramma per il quale le tangenti alle due curve dei prodotti e delle spese sono parallele (cfr.: PRATOLONGO, U. Le direttive chimiche, fisiologiche ed economiche delle concimazioni. Roma, « Arte della Stampa », 1934).

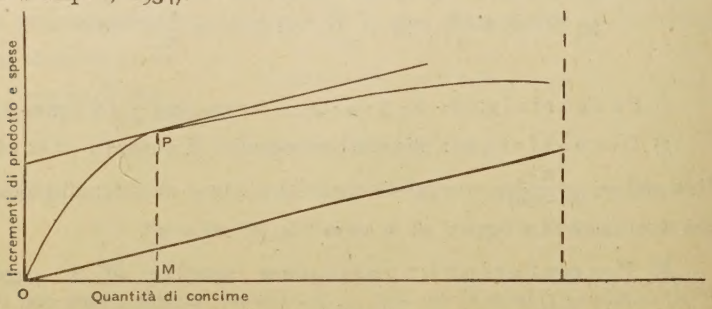


FIG. 1. – Curve degli incrementi di produzione e delle spese in funzione dell'intensità d'impiego dei mezzi fertilizzanti

n) Integrali: l'integrale indefinito o funzione primitiva di $f(x)$ è dato dalla funzione $\varphi(x)$ tale che $\frac{d\varphi}{dx} = f(x)$. L'integrale sarà dato da: $\varphi(x) = c + \int f(x)\, dx$. Alcune regole d'integrazione sono date dalle seguenti formule:

$$\int [c_1 f_1(x) + c_2 f_2(x)]\, dx = c_1 \int f_1(x)\, dx + c_2 \int f_2(x)\, dx$$

$$\int u(x)\, dv = u(x)\, v(x) - \int v(x)\, dx$$

$$\int f(x)\, dx = \int f[x(t)] \frac{dx}{dt}\, dt \quad \text{per sostituzione della variabile.}$$

o) Equazioni differenziali: l'equazione differenziale a derivate ordinarie di ordine n è della forma: $F\left(x, y, \frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}, \ldots \frac{d^ny}{dx^n}\right) = 0$.

La sua soluzione è data dalla famiglia di funzioni $y = f(x, c_1 \ldots c_n)$.

2. – Le osservazioni

Per l'osservazione a scopo di studio di un fenomeno, bisogna innanzi tutto predisporre tutto il materiale e gli strumenti di ricerca in anticipo; inoltre è non solo sempre opportuno ma necessario calcolare prima, per organizzare anche la raccolta dei dati e svolgere i procedimenti col minimo lavoro possibile, quanti e quali aspetti vengono indagati dal particolare fenomeno in esame, il suo carattere di omogeneità e le variazioni che esso presenta nel tempo e nello spazio.

Un fenomeno si suppone omogeneo, secondo un dato punto di vista relativo alle esigenze e all'obiettivo dell'esperimento, quando si distingue da altri fenomeni per un complesso di caratteri dominanti, da noi scelti per lo studio determinato. Il problema di verificare l'omogeneità approssimata o statistica, la quale non è quindi una qualità assoluta, dei dati di un fenomeno, e talvolta il controllo delle variazioni degli stessi valori da luogo a luogo e in periodi differenti, sono di fondamentale importanza per uno studio diligente del fenomeno e per trarne le debite conclusioni; specialmente quando si cercano di separare e considerare separatamente alcune cause principali dalle altre innumerevoli e secondarie, talora, impropriamente, dette perturbatrici del fenomeno.

Non è necessario che la « popolazione », costituita dal gruppo di individui (in statistica, quest'ultima parola si adopera nel senso più largo, potendo significare oggetti qualsiasi, esseri animati o inanimati) con caratteri eguali o diversi, che agiscono sul fenomeno, sia « infinita », cosa impossibile ad attuarsi in pratica. Lo studio statistico viene pertanto più frequentemente circoscritto a una popolazione « omogenea limitata », scelta « opportunamente a caso », o che si possa supporre di essere stata estratta « a caso » dalla popolazione infinita, a cui esso si riferisce, e dà ugualmente risultati sufficientemente attendibili e concreti. Non solo, ma con metodi statistici particolari si possono raggiungere i medesimi risultati su dati, molto limitati come numero, di una popolazione, dalla quale sperimentalmente non si siano potuti raccogliere dei valori in numero discreto.

Il complesso dei numeri, detti « termini », esprimenti con i loro valori le intensità degli aspetti dei fenomeni considerati, costituiscono le seriazioni o serie rispettivamente per le modalità di carattere quantitivo o qualitativo.

Sia la serie che le seriazioni, che poi in particolare si sogliono distinguere in continue, rettilinee, storiche, ecc., possono essere spezzati con

uno opportuno e stabilito criterio di divisione delle modalità, mediante l'ampiezza λ, o modulo del campo di variazione, in classi, nelle quali il numero delle osservazioni rappresenta la frequenza.

Una distribuzione di grandezze si dirà normale quando il valore della frequenza per ogni scarto dalla media segue la legge della probabilità o di Gauss, rappresentata graficamente dalla curva normale o così detta degli errori accidentali o di Gauss.

Per la migliore accuratezza nello studio è necessario che sia sempre il medesimo indagatore ad osservare tutti i dati del fenomeno e che inoltre la medesima persona raccolga i suddetti dati, mentre l'esame di essi può essere fatto o ultimato da altri, debitamente istruiti dal diretto indagatore e sotto il suo controllo. Tuttavia, quando si ritiene opportuno, è bene che alcune osservazioni, o tutto l'esperimento, vengano completamente ripetuti in istituti diversi.

Inoltre, per eliminare ancora tutti quegli altri errori tecnici evitabili nei valori ricavati, è indispensabile di adoperare di volta in volta gli strumenti appropriati e le unità di misure richieste a seconda del limite di esattezza stabilito per la valutazione del fenomeno.

Con l'insieme delle raccolte di osservazioni sperimentali vengono compilate le così dette schede, che forniscono il materiale numerico per lo studio dei fenomeni col calcolo statistico.

Nessuna osservazione è priva di errori, per quanto piccoli possano essere. Gli errori grossolani, specie nelle misurazioni, sono del tutto personali e dovrebbero essere evitati, giacchè non possono essere eliminati con alcun calcolo. Gli errori sistematici sono costanti e nello stesso senso per un dato metodo usato, per lo stesso osservatore e con gli stessi mezzi impiegati, e possono essere esclusi con metodi appropriati e correzioni opportune. Un terzo tipo di errori, e cioè gli errori accidentali o inevitabili, vengono sufficientemente compensati, come si vedrà, con alcuni metodi del calcolo statistico.

3. – Rappresentazione grafica

a) Le curve: Per gli esperimenti agrari s'incontrano più frequentemente le seguenti curve:

1) linea retta, la cui equazione analitica è $y = ax + b$ essendo b e $-\frac{b}{a}$ le distanze dall'origine, cioè le intercette rispettivamente sulle coordinate y e x; a = coefficiente angolare cioè la tangente trigonometrica dell'angolo della ascissa x con la retta data. La retta passante per un punto (x', y') e quella passante per i punti (x', y') e (x'', y'') sono definiti dalle equazioni: $y - y' = a(x - x')$ e $\frac{y - y'}{y'' - y'} = \frac{x - x'}{x'' - x'}$. La distanza d fra due punti è data da: $d^2 = (x' - x'')^2 + (y' - y'')^2$. Se i vari valori

della variabile x di una retta stanno secondo una progressione aritmetica anche i corrispondenti valori della variabile y sono in progressione aritmetica.

2) Curve di secondo grado, che sono incontrate da una retta generica in due punti:

Circonferenza (col centro all'origine degli assi): $x^2 + y^2 = r^2$.

Elisse (riferita ai suoi assi): $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ · Area $A = \pi \cdot a \cdot b$.

Iperbole: $y = k x^{-a}$; iperbole riferita ai suoi assi $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Iperbole equilatera $xy = k$, dove le due variabili sono inversamente proporzionali; per $k > 0$ i rami della curva occupano il primo e terzo quadrante, per $k < 0$ il secondo e quarto quadrante.

Parabola ordinaria: $y = a x^2 + b x + c$, il vertice è il punto $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$, l'asse (cioè la retta passante per il fuoco e perpendicolare alla direttrice) parallelo ad y, e la concavità sarà rivolta verso il $+ y$ se $a > 0$, e verso $- y$ per $a < 0$. Con la traslazione: $\begin{cases} X = x - \frac{-b}{a} \\ Y = y - \frac{4ac - b^2}{4a} \end{cases}$ l'equazione data si trasforma in $y = a x^2$ nella quale una variabile varia proporzionalmente al quadrato dell'altra. Sviluppo approssimato $L = 2\sqrt{\frac{c^2}{4} + \frac{4}{3} f^2}$ Area segmento $A = \frac{2}{3} c \cdot f$ essendo c = corda ed f = saetta.

3) Parabola di ordine superiore: $y = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \ldots + a_{n-1} x + a_n$.

4) Cicloide: $y = r \cdot \text{arc} \cdot \cos \cdot \left(1 - \frac{x}{r}\right) - \sqrt{2rx - x^2}$ opp. $\begin{cases} y = r(t - \text{sen } t) \\ x = r(1 - \cos t) \end{cases}$ [$b = \pi \cdot d$; $A = \frac{3}{4} \pi d^2$ essendo b = base e d = diametro.

5) Spirale d'Archimede: $\varrho = a\theta$ (essendo a una costante). $L = (\pi n^2 + 0{,}008\, n + 0{,}28)\, p$, essendo p = passso, r = raggio vettore, L = sviluppo approssimato, n = numero delle spire.

6) Spirale logaritmica: $\varrho = e^{a\Theta}$.

7) Spirale iperbolica: $\varrho = \frac{a}{\theta}$.

8) Elica cilindrica circolare: $x = r \cos \cdot \frac{2\pi s}{\lambda}$, $y = r \text{ sen} \cdot \frac{2\pi s}{\lambda}$, $z = \frac{ps}{\lambda} = \frac{p\theta}{2\pi}$ essendo $\begin{cases} p = \text{passo} \\ s = \frac{\lambda}{2\pi}\theta \\ \lambda = \sqrt{4\pi^2 r^2 + p^2} \end{cases}$.

9) Curva esponenziale: $y = k\,a^x$ (con $k > 0$ ed $a > 1$) (in particolare $y = k\,e^x$). Sostituendo in questa curva alla variabile dipendente il suo logaritmo si ottiene la retta: $\log \cdot y = \log \cdot k + x \log \cdot a$.

10) Sinusoide: $y = \text{sen. } x$ che rappresenta un fenomeno con andamento a massimo e a minimo, che si ripete ad intervalli regolari di tempo.

11) Curva logistica: $\log \cdot \frac{y}{A - y} = k\ (t - t_1)$ che spesso rappresenta molto bene il ciclo successivo di crescenza delle piante e delle sue parti. La curva $\log (A - y) = \log A - c\,x$ (y = produzione ottenuta, x = quantità di concime, c = costante del valore di azione del concime in esame, A = produzione massima ottenibile, in quel dato terreno, mediante quel dato concime, quando cioè la coltura non sentirebbe più aumenti ulteriori per quella data concimazione. [Cfr. Brizi, A. Tecnica ed economia delle concimazioni. Roma, Stab. Tip. S. A. Arte della Stampa, 1934]), rappresenta in via teorica la legge d'azione di ogni sostanza fertilizzante sulla intensità di produzione.

12) Curve di Pearson: queste curve costituiscono un sistema di curve che dipendono dalla funzione di Pearson:

$$F = \frac{\beta_1 (\beta_2 + 3)^2}{(16\,\beta_2 - 12\,\beta_1)\,(2\,\beta_2 - 3\,\beta_1 - 6)}\ .$$

A seconda dei valori di β_1 e β_2 (vedi § Calcolo dei momenti) e di F viene fissato un tipo di curva. Es. per B_1 ed F vicini al contorno del valore zero e B_2 intorno al valore tre, si sceglie la curva (che coincide con la curva normale di Gauss o degli errori) d'equazione: $y = y_0\, e^{-\frac{1}{2s^2} x^2}$ essendo $y_0 = \frac{n}{\sqrt{\pi \cdot 2 \cdot \mu_2}}$ ed $s = \lambda \sqrt{\mu_2}$ (n = numero delle osservazioni e λ = ampiezza della classe d'osservazione (ved. § Le osservazioni). Supposto pertanto in un esperimento $n = 6015$ $\lambda = 1$ $\mu_2 = 2{,}56$ $\beta_1 = 0{,}007$ $\beta_2 = 3{,}049$ si ha $F = 0{,}0683$ $s = 1{,}60$ ed $y = 1500\ e^{-\frac{x}{5{,}12}}$.

b) Funzioni di più variabili: $y = f(x_1, x_2, \ldots x_n)$. Per calcoli particolari si fa uso delle funzioni di due o più variabili, che però non vengono rappresentate geometricamente. L'equazione del piano è data da:

$$\begin{vmatrix} x & y & z & 1 \\ x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & z_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

[essendo $P_i \equiv (x_i\, y_i\, z_i)$ con $i = 1, 2, 3$ tre punti del piano] opp. da: $a x + b y + c z + d = 0$ essendo a, b, c i coseni direttori della normale al piano per l'origine e $|d|$ la distanza dell'origine dal piano. Il coseno dell'angolo di due piani è dato da:

$$\cos \theta = \frac{a\,a' + b\,b' + c\,c'}{\sqrt{(a^2 + b^2 + c^2)\,(a'^2 + b'^2 + c'^2)}}\ .$$

Si sa che l'« angolo di divergenza », formato dai due piani, che passano per gli assi di due foglie consecutive e per l'asse del ramo o caule che le porta, è costante per tutte le piante della stessa specie.

c) I **diagrammi**: le funzioni algebriche e trascendenti $y = f(x)$ di una variabile indipendente hanno come rappresentazioni geometriche nel piano cartesiano delle curve, delle quali abbiamo accennato alcune che più ci interessano. Queste, quando rappresentano dei fenomeni, sono dette **diagrammi o grafici** del fenomeno e si costruiscono riportando su di un sistema di assi cartesiani generalmente ortogonali, la posizione dei punti successivi ottenuti dalle coppie delle due variabili x, y.

Ma anche quando di un fenomeno non si conosca o non è possibile determinare l'equazione $y = f(x)$ che definisce graficamente il suo andamento, è ugualmente molto utile la rappresentazione grafica del fenomeno mediante i diagrammi; anzi è proprio in questi ultimi casi che si fa più largo ed efficace uso di essi.

Allora, stabilite una unità di misura sull'asse delle ascisse ed un'altra (talvolta eguale alla prima unità di misura) sull'asse delle ordinate, generalmente i valori dell'elemento variabile che influisce sulla misura del fenomeno vengono rappresentati sull'asse orizzontale e su quello verticale si rappresentano invece le misura o intensità del fenomeno. Conducendo per i punti successivi di ciascun asse dei segmenti paralleli all'altro asse, ed unendo i loro punti d'incontro si ottiene una **spezzata**, che rappresenta l'andamento del fenomeno, e che in pochi casi si avvicina, con discreta approssimazione, ad una curva. Quando ciò accade, può talvolta essere manifestato meglio il fenomeno utilizzando il seguente metodo grossolano, in quanto approssimato, di sostituire alla spezzata del diagramma, precedentemente ottenuta congiungendo con segmenti i punti successivi trovati, una linea continua tracciata a mano seguendo quanto meglio sia possibile l'andamento della precedente, e smussandone le irregolarità.

Ad esempio, un caso particolare si ha nella rappresentazione grafica della distribuzione di frequenza di un carattere di un fenomeno. Segnando sull'asse delle ascisse quei valori ottenuti dividendo, nel modo più conveniente, il carattere x (detto anche variabile o mutabile) in classi d'ampiezza λ e sull'asse delle ordinate le frequenze cioè il numero delle osservazioni, si può ottenere, innalzando, in corrispondenza dei valori centrali delle classi, dei segmenti eguali come misura alle corrispondenti frequenze di ciascuna classe, il poligono di rettangoli detto **istogramma** e il **poligono di frequenza**. Mediante i punti superiori dei suddetti segmenti perpendicolari si può costruire, avendo prima osservato bene il poligono delle frequenze, dalla precedente spezzata la curva di frequenza empirica, che quanto più ristrette sono le classi e quanto maggiore è il numero delle osservazioni del fenomeno in esame, tanto più tenderà verso la curva di frequenza teorica (vedi figura).

Nella genetica pura mediante le classi di massima frequenza si possono talvolta separare, cioè fissare due diversi tipi di piante.

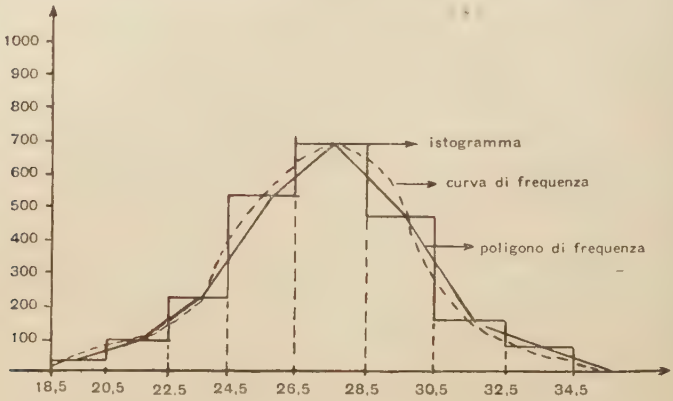


Fig. 2. – Istogramma, poligono e curva di frequenza.

In certi casi, allorchè sia interessante confrontare due fenomeni a e a', aventi una medesima variabile ($x \equiv x'$) (spesso rappresentata dal tempo $t = x$), è opportuno costruire il grafico nella maniera seguente:

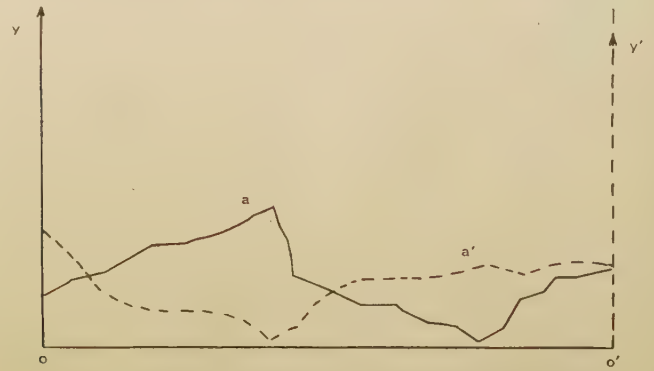


Fig. 3. – Grafico di due fenomeni con una variabile coincidente.

Ad es. un grafico può essere dato riportando nell'ascissa x i vari gruppi di piante secondo una data classificazione, in y gli sviluppi medi tridimensionali degli stessi gruppi ed in y' i loro cicli vitali.

Si può ricorrere al precedente grafico anche quando si vogliono mettere in evidenza le variazioni relative della variabile y. In simili casi in y si riportano i dati statistici su scala naturale (ottenendo un diagramma naturale) ed in y' si segnano i loro logaritmi (diagramma logaritmico); infatti se $y_i : y_{i+1} = y_{i+n} : y_{i+n+1}$ si ha $\log y_i - \log y_{i+1} = \log y_{i+n} - \log y_{i+n+1}$.

La rappresentazione grafica con diagrammi circolari è da preferirsi quando si debbono rappresentare fenomeni e variazioni periodiche. In tal caso si usano le coordinate polari, rappresentando una variabile sulla lunghezza del raggio vettore ϱ, e l'altra sull'ampiezza dell'angolo ω.

Molto raramente sono di utilità i cartogrammi, cioè le rappresentazioni grafiche dei fenomeni statistici con graduazioni di colore o diverso tratteggio, indicanti le varie intensità espresse dai valori dell'esperimento. Gli ideogrammi, spesso usati nelle pubblicazioni di propaganda, sono costituiti da figure e molto spesso sono grossolani ed imprecisi.

È da notare che l'importanza delle rappresentazioni grafiche non si estende solamente ai risultati dei fenomeni osservati e studiati, ottenuti dai dati indiretti già elaborati statisticamente per darne una visione diretta, ma anche ai valori dei dati più o meno grezzi, affinchè, espressi graficamente, diano più facilmente l'indirizzo per un migliore o nuovo calcolo statistico.

Anche i luoghi geometrici di punti composti (cioè segmenti, spezzate, striscie di piano, poligoni, ecc.) possono essere rappresentati mediante equazioni, con opportune funzioni limitatrici (cfr. *Giornale di Matematiche* di Battaglini, vol. LXXI (1933), 23° della serie, Genova: prof. G. Tacchello della Università di Genova), e cioè $|x| = x$ per $x \geq 0$, $|x| = -x$ per $x < 0$.

Es. I) $y = |x|$ rappresenta i due segmenti: $\begin{cases} y = -x \\ y = x \end{cases}$ con punto di deviazione $(0, 0)$.

II) $y = |x-2|$ si ha: $\begin{cases} y = -x+2 & \text{in } (-\infty, 2) \\ y = x-2 & \text{in } (2, +\infty) \end{cases}$ punto di deviazione $(2, 0)$.

III) $y = |x| + |x-2| + 3$ si ha: $\begin{cases} y = -2x+5 & \text{in } (-\infty, 0) \\ y = 5 & \text{in } (0, 2) \\ y = 2x+1 & \text{in } (2, +\infty) \end{cases}$ avendo diviso l'intervallo $(-\infty, +\infty)$ nei tre intervalli $(-\infty, 0)$, $(0, 2)$, $(2, +\infty)$.

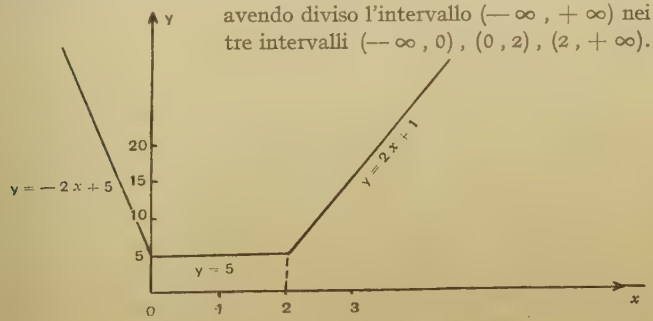


Fig. 4. – Grafico dell'equazione III.

IV) $y = |x+1| + |x-1| + 2x+5$ si ha: $\begin{cases} y = 5 & \text{in } (-\infty, -1) \\ y = 2x+7 & \text{in } (-1, 1) \\ y = 4x+5 & \text{in } (1, +\infty) \end{cases}$

4. – Probabilità

Le applicazioni del calcolo delle probabilità hanno una enorme e fondamentale importanza nella statistica e sono anche molto spesso la sorgente e la base dello sviluppo teorico e pratico di ogni calcolo statistico in tutte le scienze d'osservazione ed in particolare nel campo agrario.

La trattazione del calcolo delle probabilità non solo si estende quasi completamente nel calcolo statistico dei dati di un esperimento, ma dà anche talvolta particolari interpretazioni dei risultati di un fenomeno. Ad es., quando con la statistica si trovano dei legami tra i caratteri di un fenomeno, questi legami, detti c o r r e l a z i o n i, sono fissati in modo tale che il valore di una variabile è vincolata da una certa probabilità al valore calcolato della variabile correlata.

Un evento si penserà dovuto al « caso » quando, sconoscendone la causa, o l'insieme delle piccole cause, non sarebbe possibile predirlo o meglio sarebbe stato possibile predirlo entro limiti molto ristretti. Un evento si dirà « certo » quando è grandemente probabile.

Il calcolo statistico non solo permette di trovare il grado di probabilità di un evento esaminato o da verificarsi, ma con questo processo di investigazione, riesce a ridurre i casi incerti e permette di enunciare altre leggi di un fenomeno che prima si riteneva dovuto completamente al « caso ».

Si definisce la probabilità di un evento come il rapporto tra il numero dei casi favorevoli all'evento ed il numero dei casi possibili, quando tutti i casi considerati sono ugualmente probabili (cioè omogenei). Si deduce che $p + q = 1$, essendo p la probabilità d'un evento e q quella dell'evento contrario.

La frequenza d'un evento è data dal rapporto tra il numero v dei casi in cui l'evento si è manifestato in una serie di esperienze omogenee (cioè fatte nelle stesse condizioni) ed il numero totale n delle prove compiute; al crescere di n, la frequenza tende ad un limite che è eguale al valore della probabilità, cioè la frequenza si identificherà con la probabilita matematica sulla esperienza dei grandi numeri.

Quando un evento E si presenta sotto diverse modalità $E_1, E_2 \ldots$, che si escludono, la probabilità p dell'evento E è la somma delle probabilità corrispondenti a quelle modalità: $p = p_1 + p_2 + \ldots$ Questo è il teorema della probabilità totale, mentre il teorema della probabilita composta dice che la probabilità di un evento E, che risulta dal concorso di più eventi $E_1, E_2 \ldots$, è il prodotto delle probabilità di $E_1, E_2 \ldots$, con l'avvertenza che, se questi ultimi eventi non sono indipendenti e si succedono nell'ordine suddetto, le probabilità di $E_1, E_2 \ldots$ sono le probabilità che hanno questi eventi quando quelli che li precedono si siano già verificati.

Un valore variabile x si dirà variabile casuale quando potendo assumere i diversi valori $x_1, x_2, x_3 \ldots$ corrispondenti agli eventi incompatibili $E_1, E_2, E_3 \ldots$ di probabilità $p_1, p_2, p_3 \ldots$ sarà: $p = p_1 + p_2 + p_3 + \ldots = 1$.

Dal teorema delle probabilità delle prove ripetute si ottiene che la probabilità P che su n prove, l'evento E, di probabilità p, si presenti m

($m \leq n$) volte od $n - m$ volte è data da: $P = \binom{n}{m} p^{n-m} q^m$ essendo $q = 1 - p$ la probabilità dell'evento contrario. È evidente che fissato n le probabilità P che si ottengono per $m = 0, 1, 2 \ldots n$ sono i termini successivi dello sviluppo di $(p + q)^n = 1^n$, oppure della linea ennesima del triangolo di Tartaglia.

Portando in ascissi i valori 0, 1, 2 ... n ed in ordinate i valori di P_y si ottiene una spezzata che è il diagramma della probabilità (che è simmetrico). Ad es. per $p = q = \frac{1}{2}$ ed $n = 4$ l'ordinata massima è uguale a $\frac{6}{2^4}$ in corrispondenza all'ascissa 2, ciò che vuole dire che il caso più probabile è che l'evento dato E si verifichi 2 volte.

Si ricava che restando costante p e crescendo il numero n delle prove, il valore massimo dell'ordinata non cresce o decresce con approssimazione come $1 : \sqrt{n}$, mentre si estende la base del diagramma.

In n prove, in ciascuna delle quali l'evento E ha la probabilità p, il caso più probabile è che il suddetto evento si presenti np volte. La probabilità di detto caso è $P_y = \frac{n!}{(pn)!\,(qn)!}\, p^{pn} q^{qn} \simeq \frac{1}{\sqrt{2\pi npq}}$. La probabilità che, in n prove, l'evento E, con probabilità p, si presenti con uno scarto x dal numero più probabile dei casi favorevoli cioè $pn + x$ volte, è: $P_y = \frac{n!\, p^{pn+x} q^{qn+x}}{(pn + x)!\,(qn + x)!} \simeq \frac{1}{\sqrt{2\pi npq}}\, e^{-\frac{x^2}{2npq}} = A\, e^{-bx^2}$. Dalla precedente equazione si ottiene la curva normale o di Gauss o degli errori accidentali, che è una curva continua, con ordinata massima eguale $a \frac{1}{\sqrt{2\pi npq}}$, simmetrica rispetto alla media e che si estende da $-\infty$ a $+\infty$.

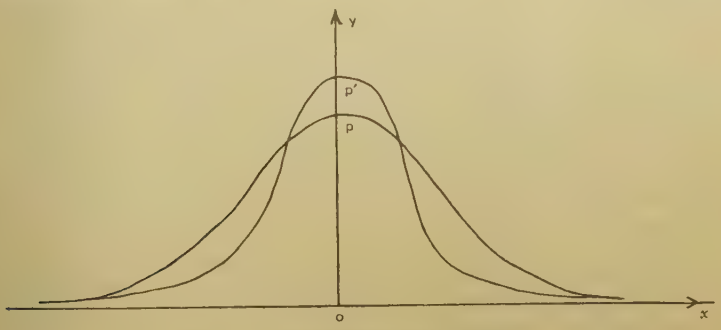


Fig. 5. – Curve normali o di Gauss.

È ben noto che tale legge di distribuzione degli errori (definita da Gauss) alquanto frequentemente è valevole per le distribuzioni dei dati sperimentali in agraria.

Le varie forme della curva di Gauss, più o meno appuntite o rotondeggianti, dipendono dalle due constanti $A = \frac{n}{\sqrt{2\pi V}}$ ed $B = \frac{1}{2V}$ Queste due costanti dipendono dalla quantità V detta varianza, che ha una parte molto importante nella statistica e che per n grande è $V = \frac{\Sigma (\bar{x} - x)^2}{n}$ essendo $\bar{x}$ la media aritmetica delle n misurazioni ed x ciascun valore effettivo; per una distribuzione binomiale è $V = \Sigma \binom{n}{m} p^m q^{m-n} (m - \bar{x})^2 = npq = \frac{n}{4}$ per $p = q = \frac{1}{2}$.

Rappresentano una variabile casuale le differenze $x_1 = X_1 - X$, $x_2 = X_2 - X$, ... $x_n = X_n - X$ essendo n il numero delle misure effettuate di una stessa grandezza, X_1, X_2, ... X_n i valori ottenuti ed X il vero valore non noto della grandezza data. La probabilità che si produca ogni singolo errore cioè la probabilità dell'errore x tra la misura ed il vero valore è espressa da: $P_y = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2x^2}$, dove h, generalmente una costante, è detta misura della precisione; si vede che la probabilità dell'errore diminuisce crescendo x, cioè sono meno probabili gli errori più grandi; si noti che ponendo $h = \frac{1}{\sqrt{2npq}}$ la suddetta formula coincide con la equazione della curva normale.

L'errore probabile di una misura, cioè l'errore che ha uguale probabilità di prodursi che di non prodursi, è espresso da $E_p = 0{,}6744898\, npq = 0{,}47694$; l'errore che sia ≤ 3 volte l'E_p ha la probabilità del 95 % circa di presentarsi.

Bisogna notare che affinchè la pratica coincida, in senso statistico con la teoria, è spesso necessario ricavare una serie di dati che non pretenda troppo poco dalla teoria ma che anche non richieda esageratamente da essa. Ad es. se si suppone che in un gruppo di piante la probabilità di avere semi gialli e semi verdi è $\frac{1}{2}$, in 12 piante il numero medio di queste con semi gialli dovrebbe essere $n \cdot p = 12 \cdot \frac{1}{2} = 6$. Evidentemente non sempre si troverà questo valore esatto giacchè variano da 0 a 12, con la frequenza dello sviluppo binomiale: $\binom{12}{0}\left(\frac{1}{2}\right)^{12}, \binom{12}{1}\left(\frac{1}{2}\right)^{12}, \ldots \binom{12}{12}\left(\frac{1}{2}\right)^{12}$ anzi esattamente la probabilità di ottenere 6 sarà: $\binom{12}{6}\left(\frac{1}{2}\right)^{12} = \frac{231}{1024}$ cioè 231 contro 793, (o press'a poco 1 contro 3,5) mentre la probabilità di avere un numero compreso tra 5 e 7 sarà: $\binom{12}{5}\left(\frac{1}{2}\right)^{12} + \binom{12}{6}\left(\frac{1}{2}\right)^{12} + \binom{12}{7}\left(\frac{1}{2}\right)^{12} = \frac{2508}{4096}$ cioè, con approssimazione, 5 casi favorevoli contro 3. Questi valori ottenuti potrebbero deluderci della esattezza o dell'importanza o dell'efficacia dei calcoli adoperati, se non si tenesse conto che, nell'accennato esperimento, è troppo piccolo l'intervallo 0 — 12, mentre è grande quello da 5 a 7.

48113 – Ill. A.
Linea autofecondata della Illinois A. E. S.; recettiva a *Pyrausta nubilalis* e poco resistente alla siccità; cfr. preced. introd. 47198 47277.

48114 – W 23.
Linea autofecondata della Wisconsin (Madison) A. E. S.; buona impollinante e portaseme; contribuisce carattere di produttività; cfr. preced. introd. 47199 e 47270.

48115 – W H.
Linea autofecondata della Wisconsin (Spooner) A. E. S.

48116 – W J.
Linea autofecondata della Wisconsin (Spooner) A. E. S.

48117 – W M 13.
Linea autofecondata della Wisconsin (Spooner) A. E. S.; precoce, povera produttrice di polline; cfr. preced. introd. 47113 e 47278.

48118 – W 15.
Linea autofecondata della Wisconsin (Spooner) A. E. S.; «flint», precoce; cfr. preced. introd. 48003.

48119 – W 49.
Linea autofecondata della Wisconsin (Spooner) A. E. S.; precoce.

48120 – W 85.
Linea autofecondata della Wisconsin (Spooner) A. E. S.; «flint», precoce; cfr. preced. introd. 48004.

48121 – W 3.
Linea autofecondata della Wisconsin (Madison) A. E. S.

48122 – W 8.
Linea autofecondata della Wisconsin (Madison) A. E. S.

48123 – W 9.
Linea autofecondata della Wisconsin (Madison) A. E. S.; buona impollinante; precoce; cfr. preced. introd. 47112, 47206 e 47268.

48124 – W 16.
Linea autofecondata della Wisconsin (Madison) A. E. S.; cfr. preced. introd. 47269.

48125 – W 17.
Linea autofecondata della Wisconsin (Madison) A. E. S.

48126 – W 20.
Linea autofecondata della Wisconsin (Madison) A. E. S.

48127 – W 22.
Linea autofecondata della Wisconsin (Madison) A. E. S.; cfr. preced. introd. 47256.

48128 – W 23.
Linea autofecondata della Wisconsin (Madison) A. E. S.; cfr. preced. introd. 48114.

48129 – W 25.
Linea autofecondata della Wisconsin (Madison) A. E. S.; cfr. preced. introd. 47114 e 47271.

48130 – W 26.
Linea autofecondata della Wisconsin (Madison) A. E. S.; resistente all'allettamento; poco resistente alla siccità; cfr. preced. introd. 47272.

48131 – W 28.
Linea autofecondata della Wisconsin (Madison) A. E. S.; cfr. preced. introd. 47273.

48132 – W 32.
Linea autofecondata della Wisconsin (Madison) A. E. S.; raccomandabile come portaseme; cfr. preced. introd. 47274.

48133 – W 38.
Linea autofecondata della Wisconsin (Madison) A. E. S.

48134 – W M 13.
Linea autofecondata della Wisconsin (Madison) A. E. S.; cfr. preced. introd. 48117.

48135 – W R 3.
Linea autofecondata della Wisconsin (Madison) A. E. S.; resistente all'allettamento; raccomandata sia come impollinante, sia come portaseme; cfr. preced. introd. 47279.

48136 – A 374.
Linea autofecondata della Minnesota A. E. S., selezione della Wisconsin (Madison) A. E. S.; cfr. preced. introd. 48091.

48137 – A 375.
Linea autofecondata della Minnesota A. E. S., selezione della Wisconsin (Madison) A. E. S.; cfr. preced. introd. 48092.

48138 – H y.
Linea autofecondata della Indiana A. E. S., selezione della Wisconsin (Madison) A. E. S.; cfr. preced. introd. 48072.

48139 – I a 153.
Linea autofecondata della Iowa A. E. S.; buona produttrice di polline e di seme; resistente a *Ustilago maydis*.

48140 – Ill. A.
Linea autofecondata della Illinois A. E. S.; selezione della Wisconsin (Madison) A. E. S.; cfr. preced. introd. 48113.

48141 – Ill. 90.
Linea autofecondata della Illinois A. E. S., selezione della Wisconsin (Madison) A. E. S.; cfr. preced. introd. 48076.

48142 – M 14.
Linea autofecondata della Indiana A. E. S.; selezione della Wisconsin (Madison) A. E. S.; cfr. preced. introd. 48077.

48143 – U S 187.
Linea autofecondata dell'U. S. D. A., Div. Cereal Crops and Diseases, selezione della Wisconsin (Madison) A. E. S.

48144 – W F 9.
Linea autofecondata dell'Indiana A. E. S.; selezione della Wisconsin (Madison) A. E. S.; cfr. preced. introd. 48071.

48145 – I a 153.
Linea autofecondata dell'Iowa A. E. S.; cfr. preced. introd. 48139.

48146 – I 205.
Linea autofecondata dell'Iowa A. E. S.; cfr. preced. introd. 47312.

48147 – I 234.
Linea autofecondata dell'Iowa A. E. S.; cfr. preced. introd. 47314.

48148 – I, 289.
Linea autofecondata dell'Iowa A. E. S.; cfr. preced. introd. 47305.

48149 – L 317.
Linea autofecondata dell'Iowa A. E. S.; resistente alla siccità e a *Pyrausta nubilalis*; tardiva; povera come portaseme; cfr. preced. introd. 47306.

48150 a **48159**
Sorghum vulgare L.
S o r g o – *Gramina*.
Dagli U. S. A. – Semi ricevuti dal Kansas a mezzo F. A. O. (Roma). – 9 aprile 1948.

48150 – E l l i s.
Dalla Kansas (Fort Hays) A. E. S.; per foraggio.

48151 – N o r k a n.
c. s.; per foraggio.

48152 – E a r l y S u m a c.
c. s.; per foraggio.

48153 – W e s t l a n d.
c. s.; per granella e foraggio.

48154 – M i d l a n d.
c. s.; per granella e foraggio.

48155 – E a r l y K a l o.
c. s.; per granella e foraggio.

48156 – P l a i n s m a n.
c. s; per granella e foraggio.

48157 – Colby.
c. s.; per granella e foraggio.

48158 – Double Dwarf White Sooner.
c. s.; per granella e foraggio.

48159 – Cody.
c. s.; per granella e foraggio.

48160 a **48165**
Zea mays L.
Mais – *Gramina.*
Dalla Svizzera – Semi ricevuti dalla Eidgenossische landwirtschaftliche Versuchsanstalt – Zuerich – Oerlikon (dr. S. Wagner). – 26 aprile 1948.

48160 – Landsorte aus Scala.
Varietà locale a fecondazione libera (op); prov. Scala (Grigioni-Poschiavino).

48161 – Landsorte aus Sierre.
Varietà locale a fecondazione libera (op); prov. Sierre (Vallese).

48162 – Landsorte aus Sagens.
Varietà locale a facondazione libera (op); prov. Sagens (Grigioni).

48163 – Landsorte aus Campascio.
Varietà locale a fecondazione libera (op); prov. Campascio (Grigioni–Poschiavino).

48164 – Rheintaler.
Varietà a fecondazione libera (op) della Valle del Reno, selezionata.

48165 – Landosorte aus Tuggen.
Varietà locale a fecondazione libera (op); prov. Tuggen (Schwyz–Linthebene).

48166 a **48167**
Zea mays L. var. *everta.*
Mais da scoppio. – *Gramina.*
Dagli U. S. A. – Semi ricevuti a mezzo F. A. O. (Roma). – 26 aprile 1948.

48166 – Hybrid White Hulless.
Ibrido comm. di mais pop (da scoppio), prodotto dalla Earl E. May See Cd., Shenandoah, Ia.

48167 – Hybrid South American Jumbo.
Ibrido comm. di mais pop (da scoppio), prodotto c. s.

48168 a **48171**
Zea mays L. var. *saccharata.*
Mais dolce – *Gramina.*
Dagli U. S. A. – Semi ricevuti a mezzo F. A. O. (Roma). – 26 aprile 1948.

48168 – Hybrid Stowelll's Evergreen.
Ibrido comm. di mais zuccherino, prodotto dalla Earl E. May Seed Co., Shenandoah, Ia.

48169 – Hybrid 4th of July.
Ibrido comm. c. s.

48170 – Hybrid Golden Bantam.
Ibrido comm. c. s.

48171 – Golden Bantam.
Varietà di mais zuccherino a fecondazione libera (op), prodotto dalla Sabetha Sead House, Sabetha, Ka.

48172 a **48173**
Brassica chinensis L.
Cavolo cinese – *Cruciferae*
Dagli U. S. A. – Semi ricevuti a mezzo F. A. O. (Roma). – 26 aprile 1948.

48172 – Chinese cabbage.
Semi prodotti dalla Sahetba Seed House, Sabetha, Ka.

48173 – Wong Bok.
Semi prodotti dalla Earl E. May Seed Co., Shenandoah, Ia.

48174 a **48179**
Brassica oleracea L. var. *capitata.*
Cavolo cappuccio – *Cruciferae.*

Dagli U. S. A. – Semi ricevuti a mezzo F. A. O. (Roma). – 26 aprile, 1948.

48174 – Copenhagen Market.
Semi prodotti dalla Sabetha Seed House, Sabetha, Ka.

48175 – Danish Ballhead.
Semi prodotti c. s.

48176 – Early Jersey Wakefield.
Semi prodotti c. s.

48177 – Early Flat Dutch.
Semi prodotti c. s.

48178 – Sure Head.
Semi prodotti c. s.

48179 – Marion Market.
Semi prodotti dalla Earl E. May Seed Co., Shenandoah, Ia.

48180 a **48183**
Cucumis sativus L.
Cetriolo – *Cucurbitaceae*
Dagli U. S. A. – Semi ricevuti a mezzo F. A. O. (Roma). – 26 aprile 1948.

48180 – Early Cluster.
Semi prodotti dalla Sabetha Seed House, Sabetha, Ka.

48181 – Improved Long Green.
Semi prodotti c. s.

48182 – Dark Green All Heart.
Semi prodotti c. s.

48183 – New Hybrid Burpee.
Semi prodotti dalla Earl E. May Seed Co., Shenandoah, Ia.

48184
Solanum melongena L.
Melanzana – *Solanaceae.*
Black Beauty.
Dagli U. S. A. – Semi ricevuti a mezzo F. A. O. (Roma) e prodotti dalla Sabetha Seed House, Sabetha, Ka. – 26 aprile 1948.

48185 a **48189**.
Cucumis melo L.
Melone – *Cucurbitaceae.*
Dagli U. S. A. – Semi ricevuti a mezzo F. A. O. (Roma). – 26 aprile 1948.

48185 – Hale's Best 45.
Resistente alla peronospora; semi prodotti dalla Earl E. May Seed Co., Shenandoah, Ia.

48186 – Banana.
Semi prodotti c. s.

48187 – Heart of Gold.
Semi prodotti c. s.

48188 – Rocky Fort.
Semi prodotti dalla Sabetha Seed House, Sabetha, Ka.

48189 – Texas Resistant 1.
Semi prodotti dalla Ear E. May Seed Co., Shenandoah, Ia.

48190 a **48192**
Capsicum frutescens L.
Peperone – *Solanaceae.*
Dagli U. S. A. – Semi ricevuti a mezzo F A. O. (Roma). – 26 aprile 1948.

48190. – Large Bell (= Bull Nose).
Semi prodotti dalla Sabetha Seed. House, Sabetha, Ka.

48191 – Long Red Cayenne.
Semi prodotti c. s.

48192 – Ruby King.
Semi prodotti c. s.

48193 a **48195**
Cucurbita sp.
Zucca – *Cucurbitaceae.*
Dagli U. S. A. – Semi ricevuti a mezzo F. A. O. (Roma). – 26 aprile 1948.

48193 – Hubbard.
Semi prodotti dalla Sabetha Seed House, Sabetha, Ka.; cfr. fot.

48195 I. P. S. – « Table Queen » (= « Acorn »). (fot. Fenaroli, 48018)

48193 I. P. S. – « Hubbard ». (fot. Fenaroli, 48022)

48194 – Butternut.
Semi prodotti dalla Earl E. May Seed Co., Shenandoah, Ia.; cfr. fot. a pag. XV.

48195 – Table Queen (= Acorn).
Semi prodotti c. s.; cfr. fot. a pag. XIII.

48196 a **48200**
Citrullus vulgaris L.
Anguria – *Cucurbitaceae.*
Dagli U. S. A. – Semi ricevuti a mezzo F. A. O. (Roma). – 26 aprile 1948.

48196 – Georgia Rattlesnake.
Semi prodotti dalla Sabetha Seed House, Sabetha, Ka.

48197 – Kleckley's Sweet.
Semi prodotti c. s.

48198 – Tom Watson.
Semi prodotti c. s.

48199 – Sweet Heart.
Semi prodotti c. s.

48200 – Sugar Ball.
Semi prodotti dalla Earl E. May Seed Co., Shenadoah, Ia.

48201 a **48213**
Zea mays L.
Mais – *Gramina.*
Dagli U. S. A. – Semi ricevuti dalla United Hybrid Growers Association, Shenandoah, Ia. – 30 aprile 1948.

48201 – U 3
Ibrido comm., bianco; 100 gg.

48202 – U 4.
Ibrido comm., bianco; 110 gg.

48203 – U 6.
Ibrido comm., bianco; 128 gg.

48204 – U 26.
Ibrido comm., giallo; 90 gg.

48205 – U 28.
Ibrido comm., giallo; 95 gg.; cfr. preced. introd. 47055.

48206 – U 30.
Ibrido comm., giallo; 97 gg.

48207 – U 32.
Ibrido comm., giallo; 100 gg.; cfr. preced. introd. 47056 e 47153.

48208 – U 41.
Ibrido comm., giallo; 107 gg.; cfr. preced. introd. 47154.

48209 – U 47.
Ibrido comm., giallo; 110 gg.; cfr. preced. introd. 47058.

48210 – U 49.
Ibrido comm., giallo; 112 gg.

48211 – U 50.
Ibrido comm., giallo; 115 gg.; cfr. preced. introd. 47059.

48212 – U 59.
Ibrido comm., giallo; 118 gg.; cfr. preced. introd. 47060.

48213 – U 68.
Ibrido comm., giallo; 125 gg.

48214
Potentilla – *Rosaceae.*
Potentilla monspeliensis L.
(= *P. norvegica* L. var. *hirsuta* Torrey & Gray).
Dagli U. S. A. – Semi raccolti nel Maine dal dr. L. Fenaroli, 1946.

48215 a **48216**
Geum – *Rosaceae.*
Dagli U. S. A. – Semi raccolti nel Maine dal dr. L. Fenaroli, 1946.

48215 – *Geum strictum* Aiton (= *G. aleppicum* Jacq.).

48216 – *Geum macrophyllum* Willd. (= *G. japonicum* Thunb.).

48217 a **48219**
Zea mays L. var. *saccharata.*
Mais dolce – *Gramina.*
Dagli U. S. A. – Semi forniti dalla Michael-Leonard Co., Ames, Ia. – 12 maggio 1948.

48217 – Aristogold Ban Eve.

48194 I. P. S. – « Butternut ». (fot. Fenaroli, 48020)

48218 – Goldengrain.

48219 – Tendermost.

48220 a **48222**
Zea mays L.
Mais – *Gramina.*
Dagli U. S. A. – Semi ricevuti dalla United Hybrid Growers Association, Shenandoah, Ia. – 12 maggio 1948.

48220 – Early Fodder Blend.
Miscela per foraggio, precoce.

48221 – Medium Fodder Blend.
Miscela per foraggio, a ciclo medio.

48222 – Full Season Fodder Blend.
Miscela foraggio, a ciclo pieno.

48223 a **48248**
Zea mays L.
Mais – *Gramina.*
Dagli U. S. A. – Semi forniti dalla Funk Bros. Seed Co., Bloomington, Ill. – 12 maggio 1948.

48223 – G 37.
Ibrido comm., giallo; 101–105 gg.

48224 – G 53.
Ibrido comm., giallo; 101–105 gg.

48225 – G 59
Ibrido comm., giallo.

48226 – G 64.
Ibrido comm., giallo.

48227 – G 99.
Ibrido comm., giallo; 111-115 gg.

48228 – G 114.
Ibrido comm. giallo; 91–95 gg.; cfr. preced. introd. 47166.

48229 – 11 × 88.
Incrocio semplice.

48230 – 11 × 67.
Incrocio semplice.

48231 – 11 × 165.
Incrocio semplice.

48232 – 11 × 119.
Incrocio semplice.

48233 – 11 × 34.
Incrocio semplice.

48234 – 11 × 35 – 1292.
Incrocio semplice.

48235 – 33 × 13.
Incrocio semplice.

48236 – 23 × 13.
Incrocio semplice.

48237 – 24 × 21.
Incrocio semplice.

48238 – 70 × 110.
Incrocio semplice.

48239 – 2 × 118.
Incrocio semplice.

48240 – 101 × 3–967.
Incrocio semplice.

48241 – 35 × 88.
Incrocio semplice.

48242 – 67 × 88.
Incrocio semplice.

48243 – 93 × 88.
Incrocio semplice la cui linea parentale femminile 93 è di tipo «flint» e derivata dal Kutias stewartresistente (cfr. Ivanof).

48244 – 5 × 190.
Incrocio semplice.

48245 – 119 × 23.
Incrocio semplice.

48246 – 88 × 23.
Incrocio semplice.

48247 – 88 × 119.
Incrocio semplice.

48248 – 3 A × 190.
Incrocio semplice

48249 a **48250**
Zea mays L.
M a i s – *Gramina.*
Dagli U. S. A. – Semi prodotti dalla Ohio Hybrid Seed Corn Producers, Croton, Oh. e ricevuti a mezzo U. S. D. A., Division of Cereal Crops and Diseases, Beltsville, Md. – 13 maggio, 1948.

48249 – W F 9 × 38 – 11.
Incrocio semplice di fondazione; cfr. preced. introd. 47227.

48250 – H y × L 317.
Incrocio semplice di fondazione; cfr. preced. introd. 47230.

48251 a **48253**
Zea mays L.
M a i s – *Gramina.*
Dagli U. S. A. – Semi prodotti dalla Iowa A. E. S. nel 1947 e ricevuti per mezzo U. S. D. A., Division of Cereal Crops and Diseases, Beltsville, Md. – 13 maggio 1948.

48251 – I o w a 4297.
(=[I 205 × WF 9] · [187–2 × M 14]).
Ibrido commerciale.

48252 – I o w a 4385.
(=[WF 9 × 38–11] · [187–2 × Oh 7]).
Ibrido commerciale.

48253 – I o w a 4411.
(=[WF 9 × Hy] · [I 205 × M 14]).
Ibrido commerciale.

48254 a **48259**
Zea mays L.
M a i s – *Gramina.*
Dagli U. S. A. – Semi prodotti dalla Pyrdue A. E. S., Lafayette, Ind. e ricevuti a mezzo U. S. D. A., Division of Cereal Crops and Diseases, Beltsville, Md. – 13 maggio 1948.

48254 – I n d i a n a 605 C.
(=[WF 9 × 187–2] · [38–11 × Oh 07]).
Ibrido commerciale.

48255 – I n d i a n a 608 C.
(=[WF 9 × Hy] · [A × Tr]).
Ibrido commerciale; 111–115 gg.

48256 – I n d i a n a 610 B.
(=[WF 9 × Hy] · [A × L]).
Ibrido commerciale; 111–115 gg.

48257 – I n d i a n a 620 C.
(=[WF 9 × Hy] · [Os 420 × M 14]).
Ibrido commerciale.

48258 – I n d i a n a 750 A.
(=[33–16 × H 21] · [K 41 × K 44]).
Ibrido commerciale, bianco.

48259 – I n d i a n a 844 D.
(=[WF 9 × 38–11] · [Tr. × Hy]).
Ibrido commerciale.

48260 a **48270**
Zea mays L.
M a i s – *Gramina.*
Dagli U. S. A. – Semi ricevuti dalla Funk Bros. Seed Co., Bloomington, Ill. (mr. Earl E. Sieve king). – 20 maggio 1948.

48260 – 119 × N S 17.
Incrocio semplice di fondazione.

48261 – G 2.
Ibrido commerciale, precoce, per stazioni aride.

48262 – G 1.
Ibrido commerciale, precoce, per stazioni aride; cfr. preced. introd. 47164.

48263 – G. 6.
Ibrido commerciale, per stazioni aride; 81–85 gg.; cfr. preced. introd. 47165.

48264 – G 29.
Ibrido commerciale, per terreni irrigui; 96–100 gg.

48265 – G 35.
Ibrido commerciale, per stazioni aride, 81–85 gg.

48266 – G 39.
Ibrido commerciale, precoce, per terreni asciutti.

48267 – G 77.
Ibrido commerciale, per terreni irrigui; 96–100 gg.

48268 – G 185.
Ibrido commerciale, precoce, per stazioni aride.

48269 – G 188.
Ibrido commerciale, per stazioni aride; 81–85 gg.; cfr. preced. introd. 47167.

48270 – Experimental 600 55.
Ibrido sperimentale, precoce, arido-resistente.

48271 a **48273**
Solanum tuberosum L.
Patata – *Solanaceae.*
Dalla Germania – Tuberi ricevuti dalla Vereinigte Saatzuchten, Ebstorf (Kreis Uelzen). – 23 maggio 1948.

48271 – Vera.
Selezionata (Hochzucht).

48272 – Bona.
Selezionata (Hochzucht).

48273 – Heida.
Originale.

48274 a **48284**
Zea mays L.
Mais – *Gramina.*
Dal Canada – Semi ricevuti dalla Ontario Seed Corn Growers Marketing Board, Ontario a mezzo F. A. O., Washington, D. C. – 24 giugno 1948.

48274 – Canada 240.
Ibrido commerciale, prodotto dalla T. C. Warwick & Sons, Blenheim, Ontario, 75 gg.

48275 – Canda 275.
Ibrido commerciale, prodotto c.s.; 85 gg.

48276 – Canada 355.
Ibrido commerciale, prodotto c. s.; 95 gg.

48277 – Canada 531.
Ibrido commerciale, prodotto c. s.; 100 gg.

48278 – Canada 606.
Ibrido commerciale, prodotto c.s.; 110 gg.

48279 – Canada 645.
Ibrido commerciale, prodotto c.s.; 115 gg.

48280 – Canada 696.
Ibrido commerciale, prodotto c.s.; 125 gg.

48281 – Dekalb 56.
Ibrido commerciale, prodotto dalla Dekalb Hybrid Corn Ltd., Chatham, Ont.; 95 gg.

48282 – Dekalb 404 A.
Ibrido commerciale, prodotto c.s.; 120 gg.

48283 – Pioneer 322.
Ibrido commerciale, prodotto dalla Pioneer Hy-Bred Seed Co., Chatham, Ont.; 125 gg.

48284 – Pioneer 355.
Ibrido commerciale, prodotto c.s.; 100 gg.; cfr. preced. introd. 48040.

48285 a **48288**
Zea mays L.
Mais – *Gramina.*
Dagli U. S. A. – Semi prodotti dalla United Hybrid Growers Association, Shenandoah, Ia., d'importazione A. U. S. A. – 30 aprile 1948.

48285 – U 41.
Ibrido commerciale; 107 gg.; cfr. preced. introd. 48208.

48286 – U 50.
Ibrido commerciale; 115 gg.; cfr. preced. introd. 48211.

48287 – U 59.
Ibrido commerciale; 118 gg.; cfr. preced. introd. 48212.

48288 – U 65.
Ibrido commerciale; 120 gg.; cfr. preced. introd. 47155.

48289
Anaphalis – *Compositae.*
Anaphalis margaritacea (L.) Benth. & Hook.
Erbacea perenne, stazioni aride dell'America boreale (volg.: Pearly Everlasting) e dell'Asia boreale; avventizia in Europa.
Dagli U. S. A. – Semi raccolti nel Maine dal dr. L. Fenaroli, 1946.

48290
Belamcanda – *Iridaceae*
Belamcanda chinensis (L.) Leman.
Erbacea perenne, originaria dell'India, China e Giappone; colt. negli U. S. A. (volg.: Blackberry Lily, Leopard Flower).
Dagli U. S. A. – Semi raccolti dal dr. L. Fenaroli, 1946.

48291 a **48309**
Zea mays L.
Mais – *Gramina.*
Dall'Australia – Semi ricevuti dal Department of Agriculture del New South Wales, Sydney, N. S. W. – 17 settembre 1948.

48291
Linea autofecondata, prod. 1947 a Grafton, N. S. W. (warm north coast area).

48292 – 25.
Linea autofecondata, c. s.

48293 – 61.
Linea autofecondata, c. s.

48294 – D 2–1.
Linea autofecondata, c. s.

48295 – K 4.
Linea autofecondata, c. s.; forse uguale a K 4 della Kansas (U. S. A.) A. E. S.?

48296 – T 8.
Linea autofecondata, originaria dagli U. S. A., prodotta c. s.

48297 – Y 7.
Linea autofecondata, prodotta c.s.

48298 – C 14 (2509).
Senza ulteriori indicazioni; prod. 1946 a Glen Inner, N. S. W. (Table Land area).

48299 – F 1 – 131.
c. s.

48300 – G 4445.
c. s.

48301 – G 4446.
c. s.

48302 – G 5487.
c. s.

48303 – N D 283.
c. s.; forse uguale a N D 283 della North Dakota (U. S. A.) A. E. S.?

48304 – Ind. 461.
c. s.

48305 – Well. 30.
c. s.

48306 – Well. 50.
c. s.

48307 – Well. 55.
c. s.

48308 – Well. 58.
c. s.

48309 – (6–2 × 6–9).
Incrocio semplice, prod. c. s.

48310.
Quamoclit – *Convolvulaceae.*
Quamoclit pinnata Bojer (= *Ipomoea quamoclit* L.).
Erbacea annuale, scandente, ornamentale, a fiori rossi; orig. dall'America tropicale.
Dall'India – Semi portati da reduci di prigionia e coltivati nel 1948.

INDICE PER GENERI E SPECIE

Anaphalis margaritacea Benth. & Hook.: 48289.
Anguria: cfr. *Citrullus vulgaris* L.
Belamcanda chinensis Leman.: 48290
Brassica chinensis L.: 48172–48173.
Brassica oleracea L. var. *capitata*: 48174–48179.
Capsicum frutescens L.: 48190–48192.
Cavolo cappuccio: cfr. *Brassica oleracea* L. var. *capitata*
Cavolo cinese: cfr. *Brassica chinensis* L.
Cetriolo: cfr. *Cucumis sativus* L.
Citrullus vulgaris L.: 48196–48200.
Cucumis melo L.: 48185–48189.
Cucumis sativus L.: 48180–48183.
Cucurbita sp.: 48193–48195; fot. 1–3.
Geum macrophyllum Willd.: 48216.
Geum strictum Aiton: 48215.
Mais: cfr. *Zea mays* L.
Melanzana: cfr. *Solanum melongena* L.
Melone: cfr. *Cucumis melo*
Patata: cfr. *Solanum tuberosum*
Potentilla monspeliensis L.: 48214.
Quamoclit pinnata Bojer: 48310.
Solanum melongena L.: 48184.
Solanum tuberosum L.: 48030–48034, 48271–48273.
Sorghum vulgare L.: 48150–48159.
Sorgo: cfr. *Sorghum vulgare* L.
Zea mays L.: 48001–48029, 48035–48149, 48160–48165, 48201–48213, 48220–48270, 48274–48288, 48291–48309.
Zea mays L. var. *everta*: 48166–48167.
Zea mays L. var. *saccharata*: 48168–48171, 48217–48219.
Zucca: cfr. *Cucurbita* sp.

ERRATA-CORRIGE

all'« Inventario delle introduzioni 1947 » («Suppl.» agli *Ann. Sper. Agr.*, 1948, n. s., vol. II, n. 5)

47067–47068	*Zea mays* L.	= *Zea mays* L. var. *everta*
47101	*Zea mays* L.	= *Zea mays* L. var. *everta*
47139–47140	*Brassica oleracea* var. *acephala*	= *Brassica oleracea* L. var. *capitata*
47156	(WF 9×38–11) · (Hy×97)	= (WF 9×38–11)·(Hy×Oh 07)
47240–47243	*Zea mays* L.	= *Zea mays* L. var. *saccharata*
47318	Linea autofec. dell'Indiana	= Linea autofec. dell'Illinois
47321	(WF 9×M 14) · (L 289×1205)	= (WF 9×M 14) · (L 289×I 205)

RIASSUNTO

Si inventariano le introduzioni di piante e semi eseguite dalla Stazione sperimentale di Maiscoltura, durante l'anno 1948.

SUMMARY

SEED AND PLANT INTRODUCTIONS MADE BY THE MAIZE EXPERIMENT STATION AT BERGAMO IN THE YEAR 1948 (Nos. 48001 to 48310)

by Luigi Fenaroli

Inventory of the introductions of seeds and plants from foreign countries made by the Maize Experiment Station at Bergamo during 1948.

Ricevuto il 5 maggio 1949.

PREPOSTO ALLA PUBBLICAZIONE : GIULIO TRINCHIERI

ROMA – ISTITUTO POLIGRAFICO DELLO STATO – 1949
Finito di stampare il 31 dicembre 1949

5. – Medie

a) La media aritmetica di un gruppo di 2 o più valori è data dalla somma dei valori assegnati divisa per il numero dei termini: così la media aritmetica di 8, 4, 7, 9, 2 è 6.

Il valore medio dei dati di una stessa misurazione, cioè la media aritmetica delle misure di uno esperimento, pure non essendo il valore v e r o, il risultato e s a t t o della grandezza, è quello apparente più prossimo al vero ed il più attendibile. Poichè il vero valore di una stessa grandezza non può essere conosciuto differentemente e poichè tanto più grande è il numero delle misure effettuate tanto più vicino è il suo valore medio al vero valore della grandezza (legge dei grandi numeri), in agraria il procedimento statistico del calcolo della media aritmetica viene adoperato spessissimo e, per la sua importanza e semplicità, è male trascurarne l'applicazione.

È quindi indispensabile il calcolo del valore medio di una grandezza quando è relativamente grande il numero dei dati ottenuti, ma è ugualmente indicativo il valore della media aritmetica di poche misure eseguite, quando per la precisione che si vuole raggiungere, si ritiene sufficiente averne un numero limitato, o quando si è nell'impossibilità di ottenere un numero maggiore di valori.

Ecco un esempio di medie di pochi dati ricavati da un esperimento (della Stazione di Agrumicoltura di Acireale) su 50 piante sviluppate in vasche, poste in 6 filari verticali di differente varietà e terreno e secondo 10 filari orizzontali con diverso trattamento di concimazione: nella quale tabella i singoli valori rappresentano la somma di un punteggio proporzionale ai caratteri interni ed esterni dei frutti, all'aspetto vegetativo delle pianticelle ed alle quantità delle loro produzioni:

	I	II	III	IV	V	VI	Totale	Media
1	28,5	5,1	8,0	10,0	7,2	16,5	75,3	12,5
2	34,9	25,0	9,0	11,0	—	—	79,9	19,9
3	48,1	64,2	73,8	48,2	—	—	234,3	58,5
4	41,0	75,5	66,7	50,2	—	—	233,4	58,3
5	64,0	82,9	66,6	55,1	47,7	55,5	371,8	61,9
6	66,8	77,0	66,5	49,0	53,9	63,6	376,8	62,8
7	43,6	99,4	83,9	54,7	46,7	64,0	392,3	65,3
8	46,6	68,3	81,7	47,9	—	—	244,5	61,1
9	54,6	52,5	39,2	30,5	34,9	38,2	249,9	41,6
10	67,6	69,2	63,5	36,6	—	—	236,9	59,2
Totale	495,7	619,1	558,9	393,2	190,4	237,8	2495,1	—
Media	49,5	61,9	55,8	39,3	38,0	47,5	—	49,9

Le due colonne delle medie ci danno in un istante una evidente variazione del fenomeno. La media generale 49,9 è stata ricavata dal totale generale 2495, 1 diviso il numero 50.

Qualche volta si pone il problema se il valore 0 (zero) debba essere incluso come un termine. A seconda dell'esperimento che si considera, il valore zero viene o no contato come termine, e talvolta anzi capita di doversi ritenere opportuno di riportare le due serie di valori di medie ottenute con e senza l'inclusione dello zero. Nella nostra precedente tabella, poichè nelle caselle vuote mancano le pianticelle, lo zero non è stato calcolato; se invece a causa dell'esperimento si fosse ottenuto un valore nullo (es. morte della pianticella), le due medie verticali 38,0, 47,5 sarebbero divenute 19,04 e 23,78 e così pure 5 valori delle medie orizzontali avrebbero dovuto essere cambiate. A chiarire meglio tale concetto si fa presente (come anche fa osservare il prof. Ugo Pratolongo in «Cenni di metodologia agraria sperimentale». Roma, 1934) che è spesso impossibile non ottenere dai risultati sperimentali agrari (specialmente in campo) dei dati aberranti dovuti generalmente all'azione perturbatrice di cause accidentali e talvolta anche imprecisabili (attacco occasionale di parassiti vegetali od animali, guasti meccanici negli apparecchi di semina, sommersione accidentale, ecc...), e che in tal caso l'esclusione del dato aberrante non è arbitraria, ma giustificata e necessaria, anche quando il dato anormale è di poco più del 10–20 % (a seconda dell'accuratezza dell'esperimento) divergente dal probabile valore normale, ottenuto di norma dalla media generale.

b) L'errore medio cioè la media aritmetica dei valori assoluti degli errori delle misure d'una grandezza è:

$$M\,(x) = \frac{|\,x_1\,| + |\,x_2\,| + \ldots + |\,x_n\,|}{n} = \frac{\Sigma\,|\,x_i\,|}{n} = \frac{1}{h\sqrt{\pi}} = \frac{0{,}56419}{h}$$

Si definisce errore quadratico medio la seguente espressione $s_\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma\,(x^2)}{n}}$, cioè la radice quadrata della media dei quadrati degli errori. L'errore quadratico medio da cui è affetta la media aritmetica delle misure d'una stessa grandezza, ricavate con la stessa accuratezza varia in ragione inversa della radice quadrata del numero dei termini delle misure stesse. Ad es. con la media aritmetica dei valori di 100 misure si può sperare di ridurre l'errore a circa $\frac{1}{10}$ di quello che si sarebbe commesso considerando una sola misura, eseguita anch'essa con cura.

Quando alcuni termini dei valori delle misure d'una grandezza ricorrono più d'una volta (in generale x_i ricorre f_i volte), la media aritmetica dei termini $x_1, x_2 \ldots x_n$ dicesi media aritmetica ponderata; e l'espressione assume la forma:

$$\frac{\Sigma f_r x_r}{\Sigma f_r} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \ldots + f_m x_m}{f_1 + f_2 + \ldots + f_m}$$

$$\text{Es. } \frac{2 \cdot (5) + 1 \cdot (11) + 1 \cdot (3) + 3 \cdot (6)}{2 + 1 + 1 + 3} = 6$$

È da notare che la precedente espressione si identifica con la regola delle miscele: $p = \frac{p_1 q_1 + p_2 q_2 + p_3 q_3 + \dots}{q_1 + q_2 + q_3 + \dots}$ essendo

$q_1, q_2, \dots$ le quantità parziali mescolate
$p_1, p_2, \dots$ i prezzi rispettivi delle materie mescolate
p = il prezzo totale della miscela.

Più raramente nei procedimenti statistici elementari viene adoperata la media geometrica cioè la radice ennesima del prodotto dei valori ricavati; questo calcolo appare più adatto e utile per le grandezze che si seguono secondo una progressione geometrica. Es. media geometrica tra 3 e 27 è $\sqrt{81} = 9$.

Il logaritmo della media geometrica è eguale alla media aritmetica dei logaritmi dei singoli valori. La media armonica tra due valori a e b è data dall'espressione: $\frac{2ab}{a+b}$.

La media geometrica è sempre minore della media aritmetica e maggiore di quella armonica.

Si dicono s c a r t i o scostamenti o d e v i a z i o n i delle variabili x dal suo valore medio $\bar{x}$ le differenze $x_1 - \bar{x}, x_2 - \bar{x}, \dots x_n - \bar{x}$; il valore medio degli scarti è zero.

Lo scarto quadratico medio delle x_i misure («o standard deviation») è: $s = \sqrt{\frac{\Sigma (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$. Solo quando n sia molto grande (almeno maggiore di 100) la precedente sarà sostituita dalla formula $s = \sqrt{\frac{\Sigma (x_i - x)^2}{n}}$. Il suo quadrato rappresenta il valore medio del quadrato dello scarto d'una variabile causale ed è detto $s^2 = V =$ v a r i a n z a o secondo momento.

È evidente che se $y_1, y_2, \dots y_r$ sono le frequenze delle r classi sarà $s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{r} y_i (x_i - \bar{x})^2}{n}}$.

Lo scarto quadratico medio della media (empirica) è:

$$s(M) = \frac{s}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\Sigma (x_i - x)^2}{n(n-1)}} \quad \text{(« standard error »)}.$$

Si è già definito l'errore probabile E_p d'una misura; l'errore probabile della media (empirica) è dato da $E_p(M) = 0{,}67449 \frac{s}{\sqrt{n}} = 0{,}67449\, s(M)$. Si osservi che l'$E_p(M)$ si riduce, per la precedente formula, di $\frac{1}{\sqrt{n}}$ col crescere del numero n dei dati da cui è tratta la media. Si deduce facilmente quindi che il grado di approssimazione $Gp(M)$ della media dei dati

di un risultato cresce proporzionalmente alla $\sqrt{n}$ ed è anche semplicemente proporzionale al grado di precisione g_p di ciascun dato che costituisce la media: cioè $G_p\ (M) = \frac{\Sigma g_p}{n}\sqrt{n}$.

Il valore della media di indicherà allora così $M \pm E_p\ (M)$ opp. $M \mp \cdot s\ (M)$. Es: dai dati dell'olivo « Bianca » (riportati più oltre in questo stesso §) si ha, essendo $\frac{s}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1{,}4150}{12 \cdot 11}} = \sqrt{0{,}01079} = 0{,}1035$, $E_p = 0{,}67449 \cdot$ $\cdot\ 0{,}1035 = 0{,}070$ ed $M = 2{,}48 \pm 0{,}070$ opp. $M = 2{,}48 \mp 0{,}1035$. Un'importante applicazione dell'$E_p\ (M)$ si ha quando è limitato il prelevamento dei campioni e si vogliono contenere gli errori entro un limite fissato dall'accuratezza dell'esperimento; ad es. senza raccogliere i frutti di alcuni alberi ad una certa epoca, si è voluto conoscere la loro produzione in kg. in qual dato periodo. Presi 20 campioni si è trovato $M =$ gr. 147,30, $s = 6{,}2$ ed $E_p\ (M) =$ gr. 0,83656 cioè su 100 kg. si va incontro ad un errore massimo di gr. $567 = \frac{83656}{147{,}3}$ e su 10.000 frutti, corrispondenti al peso di kg. 1473 l'errore presunto è $\pm$ kg. 8,365. Si è trovato così che, nelle esperienze di frumento, il prelevamento di circa un kg. di prodotto per ogni particella garentisce un sufficiente risultato di approssimazione per le ricerche; ecc....

Se la probabilità di ottenere, per effetto del « caso », uno scarto tra media empirica e media teorica è molto piccola, cioè che la differenza tra media empirica e teorica si avvererà molto difficilmente per effetto del caso, essendo tale differenza influenzata da elementi indipendenti dal caso stesso, allora questa differenza si considererà statisticamente significativa e si è convenuto che essa debba essere precisamente maggiore di 3 volte l'$E_p\ (M)$. Quindi il limite significativo della deviazione d'una media è dato da: $M \pm 3 \cdot E_p\ (M)$ opp. $M \mp 2s\ (M)$, ed una media empirica sarà significativa se $M > 3 \cdot E_p\ (M)$ opp. $M > 2 \cdot s\ (M)$. La sopradetta differenza, che ha la probabilità all'incirca del 5 % opp. di 1: 20 = 0,05 di prodursi (per effetto del caso) si chiamerà statisticamente significativa; se invece la probabilità è inferiore dell'1 % si dirà che la data differenza è molto significativa statisticamente. Si noti appunto che nella curva normale o degli errori accidentali i punti di flesso si trovano alla distanza $\pm s$ dalla media e che il 95 % delle frequenze si trovano nell'intervallo $2s = 3E_p$.

Parimenti si ottiene per la differenza tra medie:

scarto quadratico medio della differenza tra medie $= s(d) = \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}$

errore probabile della differenza tra medie $= E_p\ (d) = 0{,}67449 \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}} = 0{,}67449\ s\ (d)$.

Il valore della differenza tra medie è: $M_1 - M_2 \pm E_p\ (d)$ oppure $M_1 - M_2 \mp s\ (d)$. Il limite significativo della differenza tra medie: $M_1 - M_2 \pm 3 \cdot E_p\ (d)$, opp. $M_1 - M_2 \mp 2 \cdot s\ (d)$.

Una differenza tra due medie empiriche è significativa se $M_1 - M_2 > 3 \cdot E_p(d)$ opp. $M_1 - M_2 > 2 \cdot s(d)$. Es.: da $n = 100$ foglie di olivo della varietà « Morghetana » e da altrettante foglie della varietà « Bianca » si è trovata la media dei rapporti tra lunghezza asse longitudinale e larghezza asse trasversale in mm. eguale a 4,17 e 6,28 rispettivamente e si è calcolato s (« Morghetana ») = 0,53 ed s (« Bianca ») = 0,78.

Si ha quindi:

$$\begin{cases} n_1 = n_2 = 100 \\ M_1 = 4{,}17 \pm 0{,}035 \\ M_2 = 6{,}28 \pm 0{,}052 \end{cases} \qquad \begin{cases} M_2 - M_1 = 2{,}11 \\ E_p(d) = 0{,}67449 \cdot 0{,}092 = 0{,}062 \\ 2 \cdot s(d) = 0{,}184 \end{cases}$$

ed essendo $2{,}11 \pm 0{,}062 > 0{,}184$ la differenza tra le due medie considerate è molto significativa. Quindi dai valori dei rapporti tra asse longitudinale ed asse trasversale delle foglie d'olivo si possono distinguere le due varietà.

Altro es. il calcolo su 100 spighe di grano della razza « Quarantotto » (spiga lasca, semiaristata corta) e su 100 della razza « Novantasei » (spiga compatta, semiaristata, lunga) ha dato:

$$\begin{cases} M_2 = 9{,}57 \\ M_1 = 6{,}19 \end{cases} \qquad \begin{cases} s_2 = 1{,}6688 \\ s_1 = 1{,}7302 \end{cases} \quad \text{da cui } M_2 - M_1 = 3{,}38 > 2 \cdot 0{,}23 = s(d).$$

Poichè $3{,}38 \sim 15.0{,}23$ le due razze, rispetto al numero medio delle spighette mutiche e brevemente aristate nella spiga, si devono ritenere statisticamente diverse.

Si noti che moltiplicando i valori della variabile casuale per ... 10^{-3}, 10^{-2}, 10^{-1}, 10, 10^2, 10^3 ... la varianza deve essere moltiplicata per 10^{-6}, 10^{-4}, 10^{-2}, 10^2, 10^4, 10^6 ... mentre lo scarto si moltiplicherà per ... 10^{-3}, 10^{-2}, 10^{-1}, 10, 10^2, 10^3 ...

È da notarsi pure che la media d'una somma è eguale alla somma delle medie; che la somma algebrica di tutti gli scarti dalla media dei valori di una grandezza è nulla cioè: $\Sigma(x_i - \bar{x}) = 0$; che la somma dei quadrati degli scarti dalla media è un minimo rispetto alla somma dei quadrati degli scarti da un qualsiasi valore diverso dalla media.

Il valore medio indica il punto attorno al quale si compiono le oscillazioni dei valori d'una variabile; lo scarto quadratico medio misura l'ordine di grandezza di queste oscillazioni.

c) Per piccoli campioni ($n \leq 30$) che danno perciò luogo ad un numero ristrettissimo dei valori delle osservazioni specialmente quando l'esperimento non può essere ripetuto con facilità, la significanza della differenza tra due medie sarà stabilita dalla formula: $t = \dfrac{\bar{x}' - \bar{x}''}{s\sqrt{\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}}}$ essendo $\bar{x}'$ e $\bar{x}''$ le medie dei due campioni aventi n_1 ed n_2 termini rispettivamente ed $s = \sqrt{\dfrac{\Sigma(x_i' - \bar{x}')^2 + \Sigma(x_i'' - \bar{x}'')^2}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1)}}$ allorchè il valore ricavato di t sia > del

t_F (Fischer) riportato nella seguente tavola di Snedecor, corrispondente ai gradi di libertà $N = n_1 + n_2 - 2$.

N.	5 %	1 %	N.	5 %	1 %	N.	5 %	1 %	N.	5 %	1 %
1	12,706	63,657	11	2,201	3,106	21	2,080	2,831	35	2,030	2,724
2	4,303	9,925	12	2,179	3,055	22	0,074	2,819	40	2,021	2,706
3	3,182	5,841	13	2,160	3,012	23	2,069	2,807	50	2,008	2,678
4	2,776	4,604	14	2,145	2,977	24	2,064	2,797	70	1,994	2,648
5	2,571	4,032	15	2,131	2,947	25	2,060	2,787	100	1,984	2,626
6	2,447	3,707	16	2,120	2,921	26	2,056	2,779	150	1,976	2,609
7	2,365	3,499	17	2,110	2,898	27	2,052	2,771	200	1,972	2,601
8	2,306	3,355	18	2,101	2,878	28	2,048	2,763	500	1,965	2,586
9	2,262	3,250	19	2,093	2,861	29	2,045	2,756	1000	1,962	2,581
10	2,228	3,169	20	2,086	2,845	30	2,042	2,750	∞	1,960	2,576

I valori di t al livello del 50 % sono per $\begin{cases} N = 1 \\ N = 10 \\ N = \infty \end{cases}$ $\begin{cases} t = 1{,}000 \\ t = 0{,}700 \\ t = 0{,}674 \end{cases}$

Es. si vuole calcolare la significanza della differenza delle medie dei seguenti valori che rappresentano le percentuali in acidità, in un quadriennio, di due varietà di olive, « Bianca » e « Morghetana »:

Filare « Bianca »	Valori ricavati	$(x_i - \bar{x})^2$	Filare « Morghetana »	Valori ricavati	$(x_i - \bar{x})^2$
1	2,55	0,0049	1	4,95	2,6569
2	2,40	0,0064	2	2,74	0,3364
3	2,74	0,0676	3	3,50	0,0324
4	2,07	0,1681	4	2,97	0,1225
5	2,07	0,1681	5	2,81	0,2601
6	2,22	0,0676	6	3,11	0,0441
7	2,82	0,1156	7	3,99	0,4489
8	2,11	0,1369	8	3,55	0,0529
9	2,45	0,0009	9	3,42	0,0100
10	2,47	0,0001	10	2,87	0,2025
11	3,30	0,6724	11	2,63	0,4761
12	2,56	0,0064	Media	$3{,}32 \pm 0{,}145$	$\Sigma = 4{,}6428$
Media	$2{,}48 \pm 0{,}070$	$\Sigma = 1{,}4150$			

$$s = \sqrt{\frac{1{,}4150 + 4{,}6428}{21}} = 0{,}53 \qquad t = \frac{0{,}84}{0{,}53\sqrt{\frac{23}{132}}} = 3{,}8$$

Nella tavola per $N = 21$ si ha: 2,08 e 2,83. Essendo $t = 3,8 > 2,83$ siamo oltre il limite molto significativo, perchè in meno dell'1 % delle osservazioni la differenza della percentuale in acidità è da attribuirsi all'influenza del caso; si deduce quindi che i valori delle due medie trovate hanno una differenza molto significativa.

Quando due gruppi di pochi elementi d'osservazione d'una stessa popolazione sono eguali per numero, perchè corrispondenti ma danno luogo a due serie di valori abbinati ma diversi per una causa supposta o nota (in particolare, ad es., quando da un gruppo di una piccola popolazione si ottengono doppi campioni di osservazioni per una medesima causa qualsiasi), possiamo calcolare col seguente caso speciale la significanza della differenza tra medie per vedere se l'una e l'altra o nessuna delle due serie di valori ottenuti sono state influenzate dalla presunta causa. Il metodo si basa sul t di **Fischer** e la formula da adoperare è: $t = \frac{\bar{x}}{\sqrt{\frac{s^2}{n}}}$ essendo $\bar{x}$ = media degli incrementi (alcuni dei quali possono anche essere negativi) delle coppie ed $s^2 = \frac{\Sigma (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}$.

Es. si vuole conoscere dai sottoriportati valori ricavati nel 1946 se, qualunque sia il trattamento di concimazione (nel nostro caso sono stati scelti 8 trattamenti) in una o in nessuna delle due varietà di aranci («Moro» e «Tarocco»), vi è un più alto contenuto di vitamine C in mg. per mc^3 di succo.

Esemplari	«Moro»	«Tarocco»	Incremento	Quadrati diff. dell'incremento dalla media
1	51,6	70,9	19,3	8,41
2	74,2	74,2	0,0	268,96
3	60,7	82,3	21,6	27,04
4	71,3	75,8	4,5	141,61
5	62,7	89,1	26,4	100,00
6	53,8	78,3	24,5	65,61
7	72,5	78,0	5,5	118,81
8	71,2	90,7	29,5	171,61
			Media 16,4	Totale 902,05

$$t = \frac{16,4}{\sqrt{\frac{128,864}{8}}} = \frac{16,4}{4,01} = 4,08 .$$

Poichè nelle tavole di **Fischer** per $N = n - 1 = 7$ si ha $t_F = \begin{pmatrix} 2,36 \\ 3,49 \end{pmatrix}$ ed essendo $4,08 > 3,49$ vuol dire che in meno di una sola osservazione su 100 il contenuto di vitamine C nel succo del «Tarocco» è minore di

quello del « Moro », cioè la varietà « Tarocco » ha in modo significativo un incremento di vitamine *C* nel succo rispetto al « Moro », e quindi si può affermare che la varietà « Tarocco » eleva il contenuto di vitamine *C* nel succo in confronto alla varietà « Moro ».

Un'altra applicazione può essere quella di verificare con n prove se le n differenze dei germogli di due campioni di semi di piante (o la schiusura di due campioni di m uova di insetti), posti alla temperatura t_1 e t_2 dipendono dalla temperatura stessa; ecc.

6. – Moda, mediana ed asimmetria

a) Talvolta può interessare di conoscere la moda, mediana e asimmetria d'una curva che rappresenta un fenomeno qualsiasi, e poichè più spesso capita di cercare tali costanti per una distribuzione di grandezze x in classi di frequenze y, consideriamo particolarmente questo caso.

Quando i valori delle grandezze di un fenomeno sono staccati (cioè discontinui, ad es. numero dei germogli in una pianticella) e perciò sono distribuiti per classi e riferiti ai punti centrali delle classi stesse, oltre alla media si può calcolare anche la m o d a o norma, che è il punto di massima densità, cioè il presunto o reale valore della grandezza alla quale corrisponde la maggiore frequenza rispetto a qualunque altra grandezza. Tanto più la curva di distribuzione è simmetrica, tanto più il valore centrale della classe con massima frequenza può essere assunto come moda empirica, con buona approssimazione. Quando la curva di distribuzione è asimmetrica con una classe y_0 di massima frequenza, la moda sarà data da: $M_a = l - \dfrac{(y_0 - y_{-1}) \cdot \lambda}{y_1 - 2y_0 + y_{-1}}$ essendo l il limite inferiore della classe modale y_0 e λ l'ampiezza delle classi.

Es. le lunghezze delle misurazioni di $n = 300$ drupe di una varietà di olive sono:

Classi	x_i	y_i
2,15 — 2,25	2,20	10
2,25 — 2,35	2,30	54
2,35 — 2,45	2,40	126
2,45 — 2,55	2,50	71
2,55 — 2,65	2,60	33
2,65 — 2,75	2,70	6
$\lambda = 0{,}10$	Med. 2,427	$\Sigma y_i = 300$

$y_0 - y_{-1} = 72$

$y_1 - 2y_0 - y_{-1} = 71 - 252 + 54 = -127$

$M_a = 2{,}35 + \dfrac{7{,}2}{127} = 2{,}406$

Con una curva di distribuzione asimmetrica con due classi contigue con eguale frequenza massima si ha:

$$M_a = \frac{-a_1 \pm \sqrt{a_1^2 - 3a_0 a_2}}{3a_0}$$

essendo

$$a_0 = \frac{y_2 - y_{-2}}{6} \quad , \quad a_1 = \frac{6a_0 - (y_1 - y_{-1})}{4} \quad , \quad a_2 = \frac{a_0}{2} \, .$$

Come s'è visto, il valore della moda differisce dalla media ed è un valore approssimato, in quanto non risente l'influenza dei valori e delle frequenze delle grandezze estreme, ma, appunto per questo, il suo calcolo è utilizzabile anche per seriazioni aperte.

L'errore probabile della differenza della media dalla moda sarà: $E_p\,(\Delta\, M_a) = 0{,}67449 \sqrt{\frac{3}{2n}}\; s$, ed il valore della suddetta differenza sarà significativo se è superiore a $3 \cdot E_p\,(\Delta\, M_a)$.

Quando il carattere di un fenomeno assume valori continui la moda sarà definita dal valore della variabile x, al quale corrisponde un massimo della y; nella curva normale o di Gauss la moda coincide con la media.

b) La mediana o valore centrale è quel valore C che ripartisce in due la serie dei termini delle grandezze. Si ha pure $\sum_{i=1}^{r} y_i\,|\,x_i - c\,| =$ minimo. Se il numero delle osservazioni è dispari, la mediana coincide col valore del termine di posto $\left(\frac{n+1}{2}\right)^{\text{esimo}}$. Se il numero delle osservazioni è pari la mediana coincide con uno dei due valori dei termini della serie di posto $\left(\frac{n}{2}\right)^{\text{esimo}}$ e $\left(\frac{n+2}{2}\right)^{\text{esimo}}$, o se il carattere della grandezza è continuo con la media aritmetica dei suddetti due termini.

Sia per il numero delle osservazioni pari che dispari, la mediana è data da: $C = l + \left[\frac{\frac{(\Sigma\, y_i)}{2} - k}{y_0}\right] \cdot \lambda$, essendo l il limite inferiore della classe nella quale deve cadere la mediana, y_0 la frequenza di tale classe, λ la sua ampiezza e k la somma delle frequenze delle classi precedenti.

L'errore probabile della mediana è: $E_p\,(C) = 0{,}84535\,\frac{s}{\sqrt{n}}$.

Dall'esempio precedente si ha: $C = 2{,}35 + \frac{150{,}5 - 64}{126}\,0{,}1 = 2{,}418$.

Allorchè sono state già calcolate la media M e la moda M_a, si otterrà facilmente la mediana da: $C = M_a + \frac{2}{3}\,(M - M_a)$. Una seriazione può essere ripartita in quattro parti mediante i seguenti tre punti di divisione: 1° quartile (valore che si trova ad $\frac{1}{4}$ della serie statistica), mediana e 3° quartile (valore a $\frac{3}{4}$ della serie).

c) Poichè in un diagramma tanto più spiccata è l'asimmetria quanto più grande è la differenza dei valori della media M dalla moda, si ha che l'asimmetria assoluta è data da $\Delta = M - M_a$; l'$E_p\ (\Delta) = 0{,}67449\ s \sqrt{\frac{3}{2n}}$; il coefficiente della asimmetria relativa è: $\alpha = \frac{\Delta}{s}$. L'$E_p\ (\alpha)] = 0{,}67449 \sqrt{\frac{3}{2n}}$.

Ancora dall'esempio precedente si ha: $\alpha = \frac{2{,}427 - 2{,}406}{0{,}1286} = 0{,}163 \pm$ $\pm$ 0,047. L'asimmetria è positiva ($M > M_a$) e si dirà perciò sinistra. Come si potrebbe vedere ancora meglio dal grafico, la suddetta curva si discosta con andamento un po' significativo rispetto alla condizione normale della simmetria gaussiana.

In una curva simmetrica (es. distribuzione rappresentata dalla curva normale degli errori), media, moda e mediana coincidono.

7. – Calcolo dei momenti

L'ennesimo momento d'una distribuzione di n grandezze rispetto ad una origine x_o arbitraria è definito da: $m_n\ (x_o) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{r} y_i \left(\frac{x_i - x_o}{\lambda}\right)^n$.

Sostituendo all'origine x_o, rispetto alla quale sono stati già calcolati i momenti, una nuova origine x'_o si ha:

$$m_n\ (x'_o) = m_n\ (x_o) - n\, m_{n-1}\ (x_o) \cdot (x'_o - x_o) +$$

$$+ \frac{n\ (n-1)\ m_{n-2}\ (x_o)\ (x'_o - x_o)^2}{2!} - \frac{n\ (n-1)\ (n-2)\ m_{n-3}\ (x_o)\ (x'_o - x)^3}{3!} +$$

$$+ \frac{n\ (n-1)\ (n-2)\ (n-3)\ m_{n-4}\ (x_o)(x'_o - x_o)^4}{4!} - \ldots\ldots$$

I momenti μ ed i suoi errori probabili intorno alla media $\overline{x}$ in funzione dei momenti $m' = m\ (x_j)$ intorno ad un'origine x_j sono dati da:

$$\mu_1 = 0$$

$$\mu_2 = m'_2 - m'^2_1$$

$$\mu_3 = m'_3 - 3m'_1 m'_2 + 2m'^3_1$$

$$\mu_4 = m'_4 - 4m'_1 m'_3 + 6m'^2_1 m'_2 - 3m'^4_1$$

. . . . . .

$$\mu_n = m'_n - n m'_1 m'_{n-1} + \frac{n\ (n-1)}{2!} m'^2_1 m'_{n-2} - \frac{n\ (n-1)\ (n-2)\ m'^3_1 m'_{n-3}}{3!} +$$

$$+ \frac{n\ (n-1)\ (n-2)\ (n-3)\ m'^4_1 m'_{n-4}}{4!} - \ldots\ldots$$

$$E_p(\mu_1) = 0$$

$$E_p(\mu_2) = 0{,}67449 \sqrt{\frac{2\bar{s}}{n}}$$

$$E_p(\mu_3) = 0{,}67449 \sqrt{\frac{6\bar{s}^2}{n}}$$

$$E_p(\mu_4) = 0{,}67449 \sqrt{\frac{96\bar{s}}{n}}$$

. . . . . .

Mediante i valori dei momenti intorno ad un punto x_1 ed intorno alla media $\bar{x}$, possiamo facilmente calcolare tutte le costanti biometriche d'una distribuzione, finora accennate. Infatti:

Media: $M = \lambda m_1' + x_1$ $\quad s(M) = \frac{\lambda\sqrt{\mu_2}}{\sqrt{n}}$ $\quad E_p(M) = 0{,}67449\,\frac{\lambda\sqrt{\mu_2}}{\sqrt{n}}$

Scarto quadratico medio: $s = \lambda\sqrt{\mu_2}$ $\quad E_p(s) = 0{,}67449\,\lambda\sqrt{\frac{\mu_2}{2n}}$

Asimmetria: $= \frac{(\beta_2 + 3)\sqrt{\beta_1}}{2(5\beta_2 - 6\beta_1 - 9)}$ essendo $\beta_1 = \frac{\mu_3^2}{\mu_2^3}$ ed $\beta_2 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2}$

Si noti che per $\beta_1 = 0$ e $\beta_2 = 3$, come già si è detto, si ha la curva normale, e che le curve con $\beta_2 > 3$ sono meno appiattite, cioè più a punta della curva normale (detta in tal caso mesokurtica) mentre quelle con $\beta_2 < 3$ risultano più appiattite, cioè più rotondeggianti.

Distanza della media dalla moda: $\Delta = M - M_a = \alpha s$

Moda: $M_a = M - \Delta = M - \alpha s$.

Esempi. Considerando ancora il caso del § precedente si ha:

$\frac{x_i - 2{,}4}{0{,}1}$	$y_i\left(\frac{x_i - 2{,}4}{0{,}1}\right)$	$y_i\left(\frac{x_i - 2{,}4}{0{,}1}\right)^2$	$y_i\left(\frac{x_i - 2{,}4}{0{,}1}\right)^3$	$y_i\left(\frac{x_i - 2{,}4}{0{,}1}\right)^4$
— 2	— 20	40	— 80	160
— 1	— 54	54	— 54	54
0	0	0	0	0
1	71	71	71	71
2	66	132	264	528
3	18	54	162	486
Totale	81	351	363	1299

$$m'_1 = \frac{81}{300} = 0{,}27 \qquad m'^2_1 = 729.10^{-4} \qquad \mu_2 = 1{,}0971$$

$$m'_2 = \frac{351}{300} = 1{,}17 \qquad m'^3_1 = 19683.10^{-6} \qquad \mu_3 = 0{,}4081$$

$$m'_3 = \frac{363}{300} = 1{,}21 \qquad m'^4_1 = 531441.10^{-8} \qquad \mu_4 = 3{,}51901477$$

$$m'_4 = \frac{1299}{300} = 4{,}33 \qquad \text{——} \qquad \text{——}$$

$$s\,(M) = \frac{0{,}1 \cdot 1\,047}{\sqrt{300}} = 6045 \cdot 10^{-6} \qquad E_p\,(M) = 407729 \cdot 10^{-8}$$

$$M = 0{,}1 \cdot 0{,}27 + 2{,}4 = 2{,}427 \pm 0{,}01223 \qquad (\mp 0{,}01209)$$

$$s = 0{,}1047 \qquad E_p\,(s) = 2883 \cdot 10^{-6}$$

$$\beta_1 = \frac{(0{,}4081)^2}{(1{,}0971)^3} = 0{,}126122 \qquad \beta_2 = \frac{3{,}51901477}{(1{,}0971)^2} = 2{,}92367$$

$$a = \frac{3{,}292367 \cdot 0{,}355}{2\,(14{,}61835 - 0{,}756732 - 9)} = 0{,}171 \pm 0{,}047$$

$$\Delta = 0{,}171 \cdot 0{,}1047 \pm 0{,}047 \cdot 0{,}1047 = 0{,}0179 \pm 0{,}0049$$

$$M_a = 2{,}427 - 0{,}0179 = 2{,}409$$

Si nota che è significativa la distanza Δ della media dalla moda, che sono piccoli ed insignificanti le differenze dei valori ottenuti con i due metodi e dovute a scarti di approssimazione dei calcoli, e che quest'ultimo metodo è utile quando si ritiene necessario calcolare t u t t e le costanti.

8. – Interpolazione

L'interpolazione si propone di applicare la continuità ad una serie di valori discontinui per ricavare i presunti dati intermedi e per fornire così la legge completa del fenomeno.

A tale calcolo si è appena accennato nel paragrafo « rappresentazioni grafiche »; infatti un primo metodo molto grossolano è quello di costruire graficamente la spezzata dei diagrammi dei valori empirici trovati o di sostituire a tale spezzata una linea continua tirata a mano.

Poichè spesso è pure utile di ricavare un valore y' di ascissa variabile x' compresa tra due punti noti $(y_n\,,\,x_n)$ e $(y_{n+1}\,,\,x_{n+1})$ con interpolazione lineare rettilinea si ha: $y' = y_n + \dfrac{(y_{n+1} - y_n)\,(x' - x_n)}{x_{n+1} - x_n}$.

Es. dati i valori $x_n = 31$ ed $x_{n+1} = 36$, con frequenza rispettivamente 210 e 182, all'intensità $x' = 33$ corrisponderà la frequenza $y' = 210 + \frac{(182 - 210)\ (33 - 31)}{36 - 31} = 198{,}8$.

Talvolta l'ascissa x' può anche stabilirsi fuori delle due ascisse note. Ad es. se in un medesimo esperimento con 46 e 82 pianticelle di sono ottenuti kg. 482 e kg. 798 rispettivamente di prodotto, con un gruppo di 50 e di 100 pianticelle nelle medesime condizioni si sarebbero avuti rispettivamente 517, 11 e 956 kg., con discreta approssimazione.

Per assicurarsi che l'andamento del fenomeno sia piuttosto rettilineo, sarà opportuno qualche volta di calcolare, con la stessa formula precedente, per una stessa variabile x' il valore y' e y'' dalle due coppie di punti noti di ordinate y_n, y_{n+1} ed y_{n-1}, y_{n+2} ed accertarsi che la differenza in valore assoluto $| y' - y'' |$ non pregiudichi l'esattezza dell'esperimento; in tal caso, ove si richiedesse una maggiore precisione, ad y' si sostituirà la media aritmetica dei valori y', y'', y''', ...

Un metodo molto più accurato è quello analitico di trovare la curva continua teorica $y = f(x)$, che attraversando i dati punti empirici o le loro immediate vicinanze, ci fornisce una legge molto approssimata del fenomeno.

Come già si accennò nel § 2, si possono scegliere da un sistema di curve di Pearson, quelle che più si avvicinano alle leggi del dato fenomeno.

Poichè il calcolo per il sistema delle curve di Pearson offre qualche particolare difficoltà e poichè esistono altri metodi perfetti più generali ed usuali, si preferisce accennare più particolarmente e chiarire qualcuno di questi ultimi. È generalmente nota la formula di interpolazione di Lagrange:

$$f(x) = \frac{(x - x_1)\ (x - x_2) \cdots (x - x_n)}{(x_0 - x_1)\ (x_0 - x_2) \cdots (x_0 - x_n)}\, y_0 + \frac{(x - x_0)\ (x - x_2) \cdots (x - x_n)}{(x_1 - x_0)\ (x_1 - x_2) \cdots (x_1 - x_n)}\, y_1 + \cdots +$$

$$+ \frac{(x - x_0)\ (x - x_1) \cdots (x - x_{n-1})}{(x_n - x_0)\ (x_n - x_1) \cdots (x_n - x_{n-1})}\, y_n$$

con la quale si ottiene il sistema:

$$\begin{cases} a_0 + a_1 x_0 + a_2 x_0^2 + \cdots + a_n x_0^n = y_0 \\ a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_1^2 + \cdots + a_n x_1^n = y_1 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_0 + a_1 x_n + a_2 x_n^2 + \cdots + a_n x_n^n = y_n \end{cases}$$

cioè la funzione generale $y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots + a_{n-1} x^{n-1}$.

Più utile ed opportuno è invece il seguente metodo dei momenti.

Se alle variabili empiriche $x_0, x_1, x_2, \ldots x_n$ corrispondono i valori $y_0, y_1, y_2, \ldots y_n$ possiamo costruire la curva interpolatrice: $y = f(x, a_0, a_1, a_2, \ldots a_r)$ di grado r (con $r \leq n$) con la seguente formula

(dove le $n+1$ espressioni $f(x_s, a_0, a_1 \dots a_r)$ per s da 0 a n, sono tutte di 1° grado ad $r+1$ incognite):

$$(1)\quad \begin{cases} x_0^0 y_0 + x_1^0 y_1 + x_2^0 y_2 + \dots + x_n^0 y_n = f(x_0, a_0, a_1 \dots a_r)\, x_0^0 + \\ \quad + f(x_1, a_0, a_1 \dots a_r)\, x_1^0 + \dots + f(x_n, a_0, a_1 \dots a_r)\, x_n^0 . \\ x_0^1 y_0 + x_1^1 y_1 + x_2^1 y_2 + \dots + x_n^1 y_n = f(x_0, a_0, a_1 \dots a_r)\, x_0^1 + \\ \quad + f(x_1, a_0, a_1 \dots a_r)\, x_1^1 + \dots + f(x_n, a_0, a_1 \dots a_r)\, x_n^1 . \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ x_0^r y_0 + x_1^r y_1 + x_2^r y_2 + \dots + x_n^r y_n = f(x_0, a_0, a_1 \dots a_r)\, x_0^r + \\ \quad + f(x_1, a_0, a_1 \dots a_r)\, x_1^r + \dots + f(x_n, a_0, a_1 \dots a_r)\, x_n^r . \end{cases}$$

[a proposito del sistema (1) si ricorda che i momenti d'ordine 0, 1, 2, ... r ricavati dalle ordinate osservate e quelli ricavati dalle ordinate calcolate si riassumono nella formula (per $s = 0, 1, 2 \dots r$):

$$\int_{x_0}^{x_n} y\,(x)\, x^s\, dx = \int_{x_0}^{x_n} f(x, a_0, a_1, a_2 \dots a_r)\, x^s\, dx].$$

Risolvendo tale sistema di $r+1$ equazioni, si ottengono le $r+1$ incognite $a_0, a_1 \dots a_r$ e quindi si otterrà l'equazione che rappresenta la curva interpolatrice sotto la forma: $y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_r x^r$, ed il grado r della precedente equazione in x può coincidere con n, cioè $r \leq n$. Per tale motivo, rappresentando prima graficamente la curva mediante i punti $x_0 y_0, x_1 y_1, \dots x_n y_n$ si può scegliere preventivamente quale grado della funzione interpolatrice conviene fissare. È evidente che, essendo molto spesso n alquanto grande, rarissimamente sarà $r = n$; e del resto, sebbene aumentando r la curva interpolatrice di grado r esprima più esattamente l'andamento del fenomeno, tuttavia non conviene qualche volta di raggiungere una elevata perfezione, anche perchè per $r > 4$ il precedente sistema comincia a dare qualche difficoltà nella risoluzione.

Pertanto, in tal maniera, non solo si è ottenuta la funzione che rappresenta la curva interpolatrice dell'andamento del fenomeno ma con la stessa funzione si possono ottenere molto facilmente tutti gli altri valori intermedi, con migliore approssimazione del metodo precedente, scegliendo i singoli valori teorici $x_0', x_1', x_2', \dots$ della variabile x ai quali corrisponderanno mediante la $y = f(x_s', a_0, a_1, \dots a_r)$ i rispettivi valori y_s'.

(Si noti che una curva si adatterà bene a certi punti dati quando non solo sono molto piccole le differenze tra i valori empirici dei punti stessi e quelli teorici ricavati dalla curva, ma tali differenze si succedono secondo la legge del caso, cioè gli scarti positivi e quelli negativi press'a poco eguali ed alternati).

Ad es. supponiamo di volere trovare la curva interpolatrice dei seguenti 5 punti così rappresentati: $x_0 = 0{,}5$ $y_0 = 5$, $x_1 = 1$ $y_1 = 4$, $x_2 = 2{,}0$ $y_2 = 3$ $x_3 = 3{,}1$ $y_3 = 4$, $x_4 = 4$ $y_4 = 6{,}2$.

Sia per brevità sia perchè la rappresentazione grafica ci indica pressappoco una curva di 2° grado, ci fermiamo a calcolare solamente le tre costanti a_0, a_1, a_2 ($r = 2$) per ottenere la funzione (parabola: vedi: 3. Rappresentazioni grafiche): $y = a_0 + a_1 x + a_1 x^2$.

Le suddette tre costanti si ricaveranno dal seguente sistema ricavato dalla (1);

$$\begin{cases} 5 + 4 + 3 + 4 + 6{,}2 = (a_0 + a_1\,0{,}5 + a_2\,0{,}5^2)\cdot 1 + (a_0 + a_1\cdot 1 + a_2\cdot 1^2)\cdot \\ \quad \cdot 1 + (a_0 + a_1\cdot 2 + a_2\,2^2)\cdot 1 + (a_0 + a_1\,3{,}1 + a_2\cdot 3{,}1^2)\cdot 1 + (a_0 + a_1\cdot \\ \quad \cdot 4 + a_2\cdot 4^2)\cdot 1 \\ 0{,}5\cdot 5 + 1\cdot 4 + 2\cdot 3 + 3{,}1\cdot 4 + 4\cdot 6{,}2 = (a_0 + a_1\,0{,}5 + a_2\,0{,}5^2)\,0{,}5 + \\ \quad + (a_0 + a_1\cdot 1 + a_2\cdot 1^2)\cdot 1 + (a_0 + a_1\,2 + a_2\,2^2)\,2 + (a_0 + a_1\,3{,}1 + \\ \quad + a_2\,3{,}1^2)\,3{,}1 + (a_0 + a_1\,4 + a_2\,4^2)\,4\cdot \\ 0{,}5^2\cdot 5 + 1^2\cdot 4 + 2^2\cdot 3 + 3{,}1^2\cdot 4 + 4^2\cdot 6{,}2 = (a_0 + a_1\,0{,}5 + a_2\,0{,}5^2)\,0{,}5^2 + \\ \quad + (a_0 + a_1\cdot 1 + a_2\cdot 1^2)\,1^2 + (a_0 + a_1\,2 + a_2\,2^2)\,2^2 + (a_0 + a_1\,3{,}1 + \\ \quad + a_2\,3{,}1^2)\cdot 3{,}1^2 + (a_0 + a_1\,4 + a_2\,4^2)\,4^2\cdot \end{cases}$$

che dopo le opportune semplificazioni diventa:

$$\begin{cases} 22{,}2 = 5\,a_0 + 10{,}6\,a_1 + 30{,}86\,a_2 \\ 49{,}7 = 10{,}6\,a_0 + 30{,}86\,a_1 + 102{,}916\,a_2 \\ 154{,}89 = 30{,}86\,a_0 + 102{,}916\,a_1 + 365{,}414\,a_2 \end{cases}$$

e risolvendo col metodo di Cramer, già indicato, ci dà:

$$a_0 = \frac{\begin{vmatrix} 22{,}2 & 10{,}6 & 30{,}86 \\ 49{,}7 & 30{,}86 & 102{,}916 \\ 154{,}89 & 102{,}916 & 365{,}4146 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5 & 10{,}6 & 30{,}86 \\ 10{,}6 & 30{,}86 & 102{,}916 \\ 30{,}86 & 102{,}916 & 365{,}4146 \end{vmatrix}} =$$

$$= \frac{22{,}2\cdot 684{,}9915 - 10{,}6\cdot 2220{,}44638 + 30{,}86\cdot 335{,}0198}{5\cdot 684{,}9915 - 10{,}6\cdot 697{,}407 + 30{,}86\cdot 138{,}57} =$$

$$= \frac{2000{,}7907}{308{,}7135} = 6{,}481 \qquad a_1 = \frac{\begin{vmatrix} 5 & 22{,}2 & 30{,}86 \\ 10{,}6 & 49{,}7 & 102{,}916 \\ 30{,}86 & 154{,}89 & 365{,}4146 \end{vmatrix}}{308{,}7135} = -3{,}383$$

$$a_2 = \frac{\begin{vmatrix} 5 & 10{,}6 & 22{,}2 \\ 10{,}6 & 30{,}86 & 49{,}7 \\ 30{,}86 & 102{,}916 & 154{,}89 \end{vmatrix}}{308{,}7135} = 0{,}8272$$

e la nostra curva interpolatrice sarà: $y = 6{,}481 - 3{,}383\,x + 0{,}8272\,x^2$. Da essa, come si è detto, possiamo ricavare gli altri valori y', stabilite le x'; ad es.

per $x' = 3$ si ha $y' = 6{,}481 - 3{,}383 \cdot 3 + 0{,}8272 \cdot 3^2 = 3{,}7768$ che sta appunto tra i due valori empirici dati $y_2 = 3$ ed $y_3 = 4$ giacchè $x_2 < x' < x_3$.

Per un altro esempio, Snedecor riporta per 91 piantagioni, mediante gli x_i = prodotto di grano (staio per iugero) e gli y_i = percentuale di proteina ($i = 1, 2 \ldots 91$) l'equazione $y = 17{,}703 - 0{,}3451\, x + 0{,}004075\, x^2$.

Se i valori x_i sono dati secondo una progressione aritmetica ed in classi (nel primo caso le ascisse della funzione interpolatrice sono espressi in unità eguali alla ragione della progressione, nel secondo caso in unità di classi), allora conviene usare un'altro metodo, che ora si accenna e che è più sbrigativo dei precedenti, qualora si operano i calcoli con una macchina calcolatrice (addizionatrice). Questo metodo ha anche il vantaggio che sviluppando successivamente i calcoli si può elevare il grado della funzione interpolatrice: $y = a_0 + a_1 X_1 + a_2 X_2 + a_3 X_3 + \ldots$ essendo $X_1 = x - \bar{x}$ (x = variabile ed $\bar{x}$ = il valore medio dei dati empirici x_s per s da 0 a n cioè il valore $X_{\frac{n}{2}}$).

$$X_2 = X_1^2 - \frac{n^2 + 2n}{12}$$

$$X_3 = X_1^3 - \frac{3n^2 + 6n - 4}{20} X_1$$

$$X_4 = X_1^4 - \frac{3(n+1)^2 - 13}{14} X_1^2 + \frac{(n^2 + 2n)(3n^2 + 6n - 6)}{560}$$

$$X_5 = X_1^5 - \frac{5[(n+1)^2 - 7]}{18} X_1^3 + \frac{15(n+1)^4 - 230n^2 - 460n + 177}{1008} X_1$$

. . . . . .

$$a_0 = b_0$$

$$a_1 = \frac{6}{4}(b_0 - b_1)$$

$$a_2 = \frac{30}{n(n-1)}(b_0 - 3b_1 + 2b_2)$$

$$a_3 = \frac{140}{n(n-1)(n-2)}(b_0 - 6b_1 + 10b_2 - 5b_3)$$

$$a_4 = \frac{630}{n(n-1)(n-2)(n-3)}(b_0 - 10b_1 + 30b_2 - 35b_3 + 14b_4)$$

. . . . . .

$$b_0 = \frac{S_{n+1}}{n+1}$$

$$b_1 = \frac{2!}{(n+1)(n+2)} \sum_{i=1}^{n+1} S_i$$

$$b_2 = \frac{3!}{(n+1)(n+2)(n+3)} \sum_{i=1}^{n+1} S_i'$$

$$b_3 = \frac{4!}{(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)} \sum_{i=1}^{n+1} S_i''$$

$$b_4 = \frac{5!}{(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)(n+5)} \sum_{i=1}^{n+1} S_i'''$$

. . . . . .

I valori di S_i , S_i' , S_i'' , S_i''' ... sono dati da:

$$S_0 = y_0 \qquad S_0' = y_0 = S_0$$

$$S_1 = y_0 + y_1 \qquad S_1' = 2y_0 + y_1 = S_0 + S_1$$

$$S_2 = y_0 + y_1 + y_2 \qquad S_2' = 3y_0 + 2y_1 + y_2 = S_0 + S_1 + S_2 = S_1' + S_2$$

. . . . . .

$$S_{n+1} = y_0 + y_1 + \dots y_{n+1} \qquad S_{n+1}' = (n+1)\, y_0 + n y_1 + (n-1)\, y_2 + \dots + y_{n+1} = \sum_{i+1}^{n+1} S_i$$

$$S_1'' = S_0'$$

$$S_1'' = S_0' + S_1'$$

$$S_2'' = S_0' + S_1' + S_2' = S_1'' + S_2'$$

. . . . . .

$$S_{n-1}'' = \sum_{i-1}^{n+1} S_i'$$

Es. in un esperimento di fumigazione delle piante (x_i = tempo in minuti, y_i = quantità acido cianitrico in un punto dentro la tenda) essendosi ottenuti:

$x_0 = 36$ $x_1 = 31$ $x_2 = 26$ $x_3 = 21$ $x_4 = 16$ $x_5 = 11$ $x_6 = 6$

$y_0 = 0{,}09$ $y_1 = 0{,}12$ $y_2 = 0{,}18$ $y_3 = 0{,}29$ $y_4 = 0{,}50$ $y_5 = 0{,}77$ $y_6 = 1{,}42$

si ha:

$$X_1 = x - 21$$

$$X_2 = x^2 - 42x + 437$$

$$X_3 = x^3 - 63\, x^2 + 1316\, x + 9114$$

. . . . . .

ed inoltre:

Y	S	S'	S''	S'''
0,09	0,09	0,09	0,09	0,69
0,12	0,21	0,30	0,39	0,48
0,18	0,39	0,69	1,08	1,56
0,29	0,68	1,37	2,45	4,01
0,50	1,18	2,55	5,00	9,01
0,77	1,95	4,50	9,50	18,51
1,42	3,37	7,87	17,37	35,88
$S_7 = 3{,}37$	$\sum_{i=1}^{7} S_i = 7{,}87$	$\sum_{i=1}^{7} S_i' = 17{,}37$	$\sum_{i=1}^{7} S_i'' = 35{,}88$	$\sum_{i=1}^{7} S_i''' = 69{,}54$

$b_0 = 0{,}48$ $b_2 = 0{,}206$ $a_0 = 0{,}48$ $a_2 = 0{,}052$

$b_1 = 0{,}28$ $b_3 = 0{,}17$ $a_1 = 0{,}20$ $a_3 = 0{,}0116$

e quindi $y = 0{,}48 + 0{,}20\ (x - 21) + 0{,}052\ (x^2 - 42\ x + 437) + 0{,}0116\ (x^3 - 63\ x^2 + 1316\ x - 9114) + \ldots$ cioè una funzione interpolatrice del tipo: $A + Bx + Cx^2 + Dx^3 + \ldots$

Fermandoci al 3° termine si ha: $y = 0{,}016\ x^2 - 1{,}984\ x + 19{,}004$ mentre includendo il 4° termine si ha: $y = 0{,}0116\ x^3 - 0{,}6788\ x^2 + 13{,}2816\ x - 86{,}7184$. Nel nostro caso è evidente che ai seguenti valori di x: ... 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, corrispondono rispettivamente i minuti:.... 41, 36, 31, 26, 21, 16, 11, 6, 1. Cosicchè per ottenere ad es. il valore di y corrispondente al minuto 38 bisogna porre nell'equazione ottenuta $x = 17{,}6$.

Come semplice esercizio si può verificare che da:

$$\begin{cases} x' = 0 & x'' = 1 & x''' = 2 \\ y' = 1 & y'' = 1 & y''' = 3 \end{cases}$$

si otterrà:

$$\begin{cases} X_1 = x - 1 \\ X_2 = x^2 - 2\,x + \dfrac{1}{3} \end{cases} \qquad \begin{cases} a_0 = \dfrac{5}{3} \\ a_1 = 1 \\ a_2 = 1 \end{cases} \qquad \text{ed } y^2 = 1 - x + x^2.$$

Ottenuta l'equazione della curva $y = f(x)$, che generalmente è una parabola ordinaria o cubica, è bene fare la sua rappresentazione grafica assieme ai punti già ottenuti.

Nel caso che i punti d'osservazione siano pochi, capita talvolta che la y (x) presenti in un certo intervallo $(a,\ b)$ una variazione totale molto elevata, rispetto a quella offerta dalla spezzata dei punti dati.

A questo inconveniente ha dato una soluzione il Ghizzetti (Ghizzetti, A. Su un nuovo procedimento di interpolazione. *Ricerca tecnica*, Roma, 1946) mediante una nuova funzione: $g_y(x) = y(x) + \varphi(x)\ (c_0 + c_1\ x + \ldots + c_{p-1}\ x^{p-1})$ di grado $n + p$ e passante per gli n punti dati. Le costanti $c_0\ c_1 \ldots c_{p-1}$ si calcoleranno rendendo minima la funzione:

$$F = \int_a^b \left[g_y'(x)\right]^2 dx \quad ; \quad \text{ed } \varphi(x) = (x - x_0)\ (x - x_1) \ldots (x - x_n).$$

Esempio dati i punti

$$P_0\left(-\frac{1}{2}\ ,\ \frac{17}{8}\right)\ ,\ P_1\ (1{,}1)\ ,\ P_2\ (3{,}3)\ ,\ P_3\left(\frac{7}{2}\ ,\ \frac{73}{8}\right),$$

si ottiene l'equazione $y = x^3 - 3\,x_2 + 3$ (curva tratteggiata nel grafico) che presenta nell'intervallo $\left(-\frac{1}{2}\ ,\ \frac{7}{2}\right)$ l'inconveniente sopracitato. Si ha: $\varphi(x) = x^4 - 7\,x^3 + \frac{53}{4}\,x^2 - 2\,x - \frac{21}{4}$ e fermandoci alla costante c_i con $i = 1$ si ottiene $g_y(x)$ di 5° grado, cioè (2): $y = x^3 - 3\,x^2 + 3 + \left(x^4 - 7\,x^3 + \frac{53}{4}\,x^2 - 2\,x - \frac{21}{4}\right) \cdot (c_0 + c_1\,x)$. Dovendo risultare minima la funzione:

$$F = \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{7}{2}} \left[y'(x) + c_0\,\varphi'(x) + c_1\,\{x\,\varphi(x)\}'\right]^2 dx$$

si ha:

$$\begin{cases} c_0 \int \varphi'^2 \, dx + c_1 \int \varphi' (x\varphi)' \, dx = \int y' \varphi' \, dx \\ c_0 \int \varphi' (x\varphi)' \, dx + c_1 \int (x\varphi)'^2 \, dx = \int y' (x\varphi)' \, dx \end{cases}$$

da cui:

$$\begin{cases} \frac{15212}{105} c_0 + \frac{1102}{15} c_1 = \frac{248}{5} \\ \frac{1102}{15} c_0 + \frac{12469}{63} c_1 = \frac{1772}{35} \end{cases}$$

e quindi: $\begin{cases} c_0 = 0{,}26195 \\ c_1 = 0{,}15851 \end{cases}$ sostituendo tali valori nella (2) si ha: $g_y(x) = y = 0{,}15856\, x^5 - 0{,}84797\, x^4 + 1{,}26727\, x^3 + 0{,}15372\, x^2 - 1{,}35634\, x + 1{,}62476$ che è la curva cercata (a tratto continuo nel grafico).

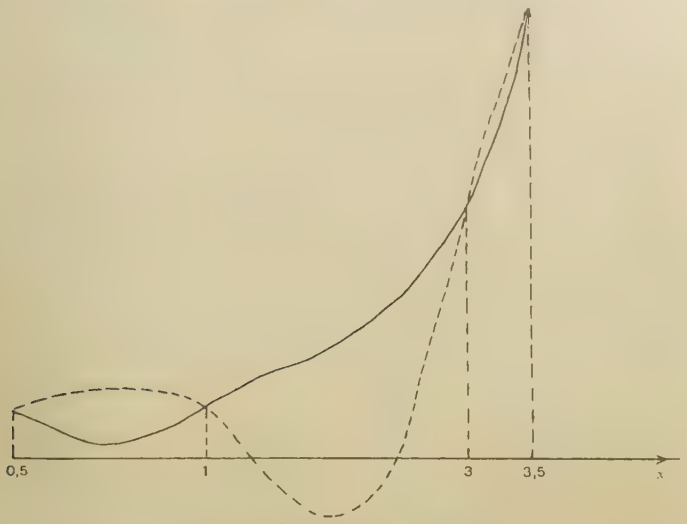


Fig. 6. – Grafico di due curve interpolatrici agli stessi punti.

Ottenuta la curva $y = f(x)$, quest'ultima talvolta per maggiore evidenza del fenomeno considerato può essere trasformata in un'altra equivalente (ad es. $y = f(\cos \cdot x)$ opp. $y = f(e^x)$ opp. $y = f(\sqrt{x})$, ecc.).

Infatti se ad es. dal grafico dei valori ottenuti si constata che il fenomeno ha andamento periodico (incremento fusto di alcune piante ecc.) si assume il massimo valore y (della funzione $y = f(x)$ di grado $n - 1$ riferita alla retta interpolatrice e passante per gli n punti dati) come unità di misura dell'ordinata ed un intervallo medio di oscillazione completa eguale a 2π per l'ascissa, si riferiscono gli x_i ed y_i a queste nuove unità di misura e sostituendo gli y_i e le varie potenze di sen $\cdot x_i$ nella (1) si otterrà alla fine una funzione del tipo: $y = a_0 + a_1 \text{ sen} \cdot x + a_2 \text{ sen}^2 \cdot x + \ldots + a_r \text{ sen} \cdot {}^r x$

dove al solito, a nostro piacere, possiamo porre $r = n$. Inoltre se di $y = f(x)$ si conoscono i valori che assume nei punti $\frac{\pi}{n+1}, \frac{2\pi}{n+1}, \ldots \frac{n\pi}{n+1}$ dell'intervallo $(0,2\pi)$ si può costruire il polinomio trigonometrico: $y = a_0 \operatorname{sen} \cdot x + a_1 \operatorname{sen} \cdot 2x + \ldots + a_{n-1} \operatorname{sen} \cdot nx$ ponendo: $a_s = \frac{2}{n+1} \sum_{r=1}^{n} f\left(\frac{r\pi}{n+1}\right) \operatorname{sen} \cdot \left(\frac{s r \pi}{n+1}\right)$ (con $s = 1, 2, \ldots n-1$) e passando al limite si ha pure: $\lim_{n\to\infty} \cdot a_s = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(\alpha) \operatorname{sen} \cdot s\alpha \, d\alpha$ (se $f(x)$ è limitata ed integrabile)].

Se invece dal grafico si intravede una curva esponenziale o se il coefficiente di correlazione (ved. § Correlazione) tra gli x_i ed i logaritmi degli y_i è maggiore di quello tra gli x_i e gli y_i, è meglio ricavare una funzione di tipo esponenziale nel modo seguente: ottenuta la retta interpolatrice (o retta di regressione, ved. § Regressione) ad es. $y_1 = 0{,}2014\, x_1 - 2{,}6932$ con gli x_i ed i logaritmi degli y_i si ricava: $0{,}2014 = \log \cdot 1{,}59$; $2{,}6932 = \log \cdot 493{,}4$ e quindi $\log \cdot y = y_1 = \log \cdot \frac{1{,}59^x}{493{,}4} = \log \cdot 0{,}0020267 \cdot 1{,}59^x$ cioè $y = 0{,}0020267 \cdot 1{,}59^x$ opp. essendo $\log_e \cdot 1{,}59 = 0{,}2014 \cdot \frac{1}{M} = 0{,}2014 \cdot 2{,}30258509 = 0{,}4637$; $y = 0{,}0020267\, e^{0{,}4637\, x}$.

Un caso particolare di interpolazione si ha quando il numero n delle prove di un esperimento, al quale corrisponderanno n grandezze note, sia maggiore del numero m delle incognite; può accadere cioè di considerare un sistema di n equazioni ad m incognite con $m < n$. In tal caso se si scegliessero a piacere m equazioni si potrebbero ottenere gli m valori delle m incognite, i quali valori però generalmente non soddisferanno le $n\,m$ equazioni. Col seguente metodo invece, mediante le n equazioni, possiamo determinare, per le m incognite, dei valori interpolati tali che soddisferanno q u a n t o p i ù s i a p o s s i b i l e (cioè con uno scarto minimo) contemporaneamente tutte le suddette n equazioni.

Si ricorda che per il metodo dei minimi quadrati affinchè la funzione ad n variabili $= f(a, b, \ldots v\,;\, x_1, x_2 \ldots x_m)$ meglio si approssimi agli n punti $(a_1\, b_1 \ldots v_1\,;\, \alpha_1) \ldots (a_n, b_n, \ldots v_n, \alpha_n)$ dedotti dalle osservazioni, i parametri $x_1, x_2, \ldots x_m$ devono assumere dei valori tali che la somma dei quadrato delle differenze, cioè:

$$\sum_{s=1}^{n} [a_s - f(a_s, b_s, \cdots v_s; x_1, x_2, \cdots x_m)]^2$$

sia minima, dalla quale condizione si possono ricavare gli m valori del parametri stessi.

Quindi dal sistema dato:

$$\begin{cases} a_1 x_1 + b_1 x_2 + c_1 x_3 + \ldots + v_1 x_m = \alpha_1 \\ a_2 x_2 + b_2 x_2 + c_2 x_3 + \ldots + v_2 x_m = \alpha_2 \\ a_3 x_1 + b_3 x_2 + c_3 x_3 + \ldots + c_3 x_m = \alpha_3 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_n x_1 + b_n x_2 + c_n x_3 + \ldots + v_n x_m = \alpha_n \end{cases}$$

si formerà quest'altro di m equazioni ad m incognite:

$$(3)\quad \begin{cases} (aa)\,x_1 + (ab)\,x_2 + (ac)\,x_3 + \ldots + (av)\,x_m = (aa) \\ (ba)\,x_1 + (bb)\,x_2 + (bc)\,x_3 + \ldots + (bv)\,x_m = (ba) \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ (va)\,x_1 + (vb)\,x_2 + (vc)\,x_3 + \ldots + (vv)\,x_m = (va) \end{cases}$$

essendo:

$$\begin{cases} (aa) = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \ldots + a_n^2 \\ (ab) = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \ldots + a_n b_n \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ (va) = v_1 a_1 + v_2 a_2 + \ldots + v_n a_n \end{cases}$$

e da quest'ultimo sistema con un metodo qualsiasi (ad es. quello di Cramer) si potranno ottenere gli m valori cercati delle m incognite del sistema dato di n equazioni.

Es. in un esperimento quinquennale (Giardino « Galatea » della Stazione di Acireale) di 600 piante di arancio divisi in 19 particelle con diverso trattamento di concimazione (per $N = P = K =$ 100 gr. = 1) si è ottenuto per ogni singola particella:

Partic.	Equazioni	Partic.	Equazioni
1	$2{,}0\,N + 2{,}0\,P + 2{,}0\,K = 103{,}7$	10	$5{,}0\,P = 25{,}9$
2	$3{,}6\,N + 2{,}9\,P + 3{,}6\,K = 138{,}8$	11	$1{,}7\,N = 57{,}4$
3	$1{,}4\,N + 0{,}3\,P + 0{,}7\,K = 24{,}0$	12	$5\,K = 44{,}4$
4	$3{,}2\,N + 0{,}7\,P + 1{,}4\,K = 107{,}4$	13	$1{,}7\,N + 1{,}7\,K = 55{,}5$
(4) 5	$1{,}2\,N + 0{,}7\,P + 5{,}6\,K = 18{,}5$	14	$8{,}0\,K = 53{,}7$
6	$3{,}3\,N + 2{,}8\,P + 1{,}4\,K = 31{,}5$	15	$2{,}0\,N = 16{,}6$
7	$3{,}8\,N + 2{,}2\,P + 4{,}3\,K = 38{,}8$	16	$2{,}0\,P + 2{,}0\,K = 3{,}7$
8	$8{,}0\,P = 11{,}1$	17	$2{,}0\,P = 18{,}5$
9	$3{,}2\,N + 1{,}8\,P + 3{,}6\,K = 77{,}7$	18	$1{,}0\,N + 1{,}3\,P + 1{,}0\,K = 27{,}7$
		19	controllo

dove i coefficienti stanno ad indicare le quantità annuali dei singoli elementi fertilizzanti di azoto, fosforo e potassio per pianta ed i termini noti l'aumento percentuale della produzione media annuale in kg. per pianta rispetto al controllo. Supponendo che i singoli fertilizzanti manifestino delle semplici proprietà addittive, cioè che l'effetto complessivo sia la somma algebrica dell'effetto dei singoli elementi, e senza tenere conto degli elementi insiti nel terreno, possiamo trovare il valore dell'efficacia di ciascun fertilizzante, poichè il precedente sistema, mediante la (3), si trasforma nel seguente:

$$\begin{cases} 76{,}9\,N + 42{,}6\,P + 65{,}5\,K = 1801{,}5 \\ 42{,}6\,N + 128{,}1\,P + 44{,}7\,K = 1337{,}7 \\ 65{,}5\,N + 44{,}7\,P + 181{,}1\,K = 2040{,}6 \end{cases}$$

che risolto dà $N = 18{,}5$ $P = 2{,}2$ $K = 3{,}8$. Si vede così che in generale in tutte le particelle il maggiore contributo nel migliorare la produzione è stato

dato, a parità di peso, senza tenere conto del valore del costo, dall'azoto e poi dal potassio e fosforo. Inoltre se nel sistema (4) ad N, P, K, sostituiamo i valori già trovati, e si fà la somma dei termini dei primi membri, si ottengono dei valori (calcolati) che differiscono dai valori (osservati) empirici riportati nei secondi membri delle 18 equazioni.

Le differenze tra i valori osservati e quelli calcolati ci indicano l'efficacia (a causa dell'interazione ecc.) per la produzione, del trattamento di concimazione, nel quinquennio considerato, di ciascuna particella rispetto al controllo (= nessuna concimazione); e precisamente nel nostro caso per rendimento di prodotto con la minore quantità di concime, la migliore particella è data dalla *x* con 103,7 – 49,0 — 54,7 e la peggiore dalla *8* con 38,8 – 91,4 = — 52,5.

(Si badi bene che tale graduatoria tra le particelle non è più valida se, tenendo conto del costo dei concimi e del prodotto, si volesse ottenere la più alta produzione col maggiore guadagno).

9. – Correlazione

Il coefficiente di correlazione, generalmente rappresentato dal simbolo r, ci indica la connessione esistente tra due o più serie di osservazioni, cioè misura il grado col quale due o più aspetti d'un fenomeno sono associati e collegati.

Tale coefficiente varia da + 1 a — 1. Rappresentando graficamente il fenomeno col portare in ascisse i valori d'una serie di dati ed in ordinate i rispettivi valori dell'altra serie, si ottiene un insieme di punti; se questi sono distribuiti a caso ($r = 0$), vuol dire che non vi è alcuna relazione tra le due variabili, se invece sono disposti su una retta (passante per il punto avente come coordinate la media dei valori empirici x e la media degli y) vi è una correlazione massima ($r = \pm 1$) cioè che ad ogni variazione della x corrisponde una a n a l o g a e p e r f e t t a variazione della y, nello stesso senso per r positivo (correlazione diretta), nel senso inverso per r negativo (correlazione inversa). Per gli altri valori intermedi di r, i punti saranno disposti più o meno in prossimità della suddetta retta (che interpola i punti dati), con la stessa avvertenza che per r positivo, aumentando i valori d'una serie nel complesso aumentano pure gli altri, mentre per r negativo per lo più crescendo gli uni decrescono gli altri corrispondenti valori.

Il coefficiente di correlazione delle n grandezze x_i ed y_i (per $i = 1, 2, \ldots\ldots n$) è dato dalla formula:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2}}$$

Se i valori delle grandezze risultano divisi in m classi ($m < n$), e ad ogni valore x_i corrisponderà il valore y_i, con una certa frequenza f_i (generalmente diversa da 1) la precedente formula diventerà evidentemente:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{m} f_i (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{m} f_i (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum_{i=1}^{m} f_i (y_i - \bar{y})^2}}$$

L'errore probabile del coefficiente di correlazione è dato, con approssimazione, da:

$$E_p(r) = \frac{0{,}67449\,(1 - r^2)}{\sqrt{n}}$$

Es. in un esperimento di $n = 15$ piante si cerca la correlazione tra i valori delle circonferenze dei fusti C_i espressi in dm. ed i valori dei volumi in m³ delle rispettive chiome (considerate come semiellissoidi di volumi $V_i = \frac{4}{2.3}\pi a_i b_i c_i = \frac{\pi}{6} a_i b_i' c_i' = 0{,}523599 \cdot a_i b_i' c_i'$ per $i = 1,2,\ldots. n$ ed essendo a_i, b_i, c_i = semiassi degli elissoidi ed b_i', c_i', i suoi assi orizzontali). Si ha:

Piante numerate	Valori x_i (C_i)	$x_i - \bar{x}$	$f_i (x_i - \bar{x})^2$	y_i (V_i)	$y_i - \bar{y}$	$f_i (y_i - \bar{y})^2$	$f_i (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$
1	3,05	+ 0,13	0,0169	8,7	+ 1,6	2,56	+ 0,208
2	2,97	+ 0,05	0,0025	7,1	0,0	—	—
3	2,95	+ 0,03	0,0009	5,7	— 1,4	1,96	— 0,042
4	3,16	+ 0,24	0,0576	7,8	+ 0,7	0,49	+ 0,168
5-6	3,20	+ 0,28	0,1568	9,2	+ 2,1	8,82	2.0,588
7	2,91	— 0,01	0,0001	5,5	— 1,6	2,56	+ 0,016
8	2,75	— 0,17	0,0289	6,0	— 1,1	1,21	+ 0,187
9	2,11	— 0,81	0,6561	3,9	— 3,2	10,24	+ 2,592
10	3,13	+ 0,21	0,0441	8,9	+ 1,8	3,24	+ 0,378
11	3,34	+ 0,42	0,1764	9,6	+ 2,5	6,25	+ 1,050
12	3,24	+ 0,32	0,1024	9,4	+ 2,3	5,29	+ 0,736
13	2,58	— 0,34	0,1156	5,4	— 1,7	2,89	+ 0,578
14	2,63	— 0,29	0,0841	4,9	— 2,2	4,84	+ 0,638
15	2,61	— 0,31	0,0961	5,4	— 1,7	2,89	+ 0,527
Totale	43,83	—	1,5384	106,7	—	53,24	+ 8,212
Media	2,92	—	—	7,1	—	—	—

e quindi $r = \frac{+\ 8{,}212}{\sqrt{1{,}5385 \cdot 53{,}24}} = \frac{+\ 8{,}212}{9{,}05} = +\ 0{,}907 \pm 0{,}0308$

cosicchè in questo caso, la correlazione determinata è positiva e molto significativa.

Altro es.: nelle progenie F_2 di stirpi di canapa «Ungherese» per «Carmagnolese», nelle piante maschili è stata trovata una elevata correlazione positiva tra la taglia e lo spessore dello stelo:

Taglia (cm) →		65	95	125	155	185	215	245	275	Totale
Spessore	1,75	26	50	10	—	—	—	—	—	86
(mm) ↓	3,25	5	30	66	31	—	—	—	—	132
	4,75	—	2	14	57	37	2	—	—	112
	6,25	—	—	2	10	28	15	—	—	55
	7,75	—	—	1	3	11	8	2	—	25
	9,25	—	—	—	—	1	2	1	1	5
	10,75	—	—	—	—	—	1	—	—	1
	Totale	31	82	93	101	77	28	3	1	416

Essendo il valore medio della taglia e dello spessore rispettivamente $M_x = 140{,}3$ ed $M_y = 4{,}1$, possiamo calcolare, in modo simile al caso precedente oppure secondo le formule (3) di pag. XLVIII, § 10, la correlazione, che sarà data da $r = + 0{,}828 \pm 0{,}015$, come facilmente si può verificare per esercizio.

Come studio poi, possiamo cercare, dopo avere rappresentato quantitativamente (e quindi graficamente) il tasso di accrescimento ed il tasso di differenziazione in alcuni germogli, di calcolare i loro coefficienti di correlazione; ecc...

Per stabilire se una calcolata correlazione è significativa si può adoperare la formula: $t = r\sqrt{\frac{n-2}{1-r^2}}$ (essendo al solito n eguale al numero delle grandezze $x_i = y_i$); entrando nella tavola di Snedecor di pag. XXII (§ Medie) per $N = n - 2$, se $t > t_F$, il coefficiente di correlazione risulta statisticamente significativo.

Dall'esempio precedentemente riportato (sulle 15 piante) si ha: $t = 0{,}904\sqrt{\frac{15-2}{1-0{,}817}} = 7{,}62$ ed essendo $t_F = \begin{pmatrix} 2{,}160 \\ 3{,}012 \end{pmatrix} < 7{,}62$ il suddetto coefficiente di correlazione è molto significativo.

Con la seguente tavola (di Fischer), che ci dà il livello di significanza al 5 % e all'1 % di r, possiamo immediatamente confrontare la significanza dei coefficienti di correlazione.

N.	5 %	1 %	N.	5 %	1 %	N.	5 %	1 %
1	0,997	1,000	11	0,553	0,684	50	0,273	0,354
2	0,950	0,990	12	0,532	0,661	60	0,250	0,325
3	0,878	0,959	13	0,514	0,641	70	0,232	0,302
4	0,811	0,917	14	0,497	0,623	80	0,217	0,283
5	0,754	0,874	15	0,482	0,606	90	0,205	0.267
6	0,707	0,834	20	0,423	0,537	100	0,195	0,254
7	0,666	0,798	25	0,381	0,487	150	0,159	0,208
8	0,632	0,765	30	0,349	0,449	200	0,138	0,181
9	0,602	0,735	35	0,325	0,418	500	0,088	0,115
10	0,576	0,708	40	0,304	0,393	1000	0,062	0,081

Infatti nel caso precedente per $N = 13$ si ha che i coefficienti di correlazione maggiori di 0,514 e 0,641 sono significativi rispettivamente al 5 % e all'1 %, e poichè $0{,}904 > 0{,}641$ viene confermato quanto sopra detto ($r = 0{,}904$ molto significativo).

Le precedenti correlazioni, essendo state calcolate tra le variabili x ed y, le indicheremo col simbolo r_{xy}.

Per accertarsi che la differenza di due coefficienti di correlazione sia significativa, si confronterà la loro differenza con l'$E_p\,(r_1 - r_2) = 0{,}67449 \cdot \sqrt{\frac{r_1^2}{n_1} + \frac{r_2^2}{n_2}}$ (analogo metodo del § Medie). Ma poichè la distribuzione dei coefficienti di correlazione non è sempre normale, è opportuno fare uso della funzione di Fischer: $z_i = r_i + \frac{r_i^3}{3} + \frac{r_i^5}{5} + \frac{r_i^7}{7} + \cdots$ $(i = 1,2)$ e confrontare $|z_2 - z_1|$ con $E_p\,(z_2 - z_1) = 0{,}67449 \sqrt{s^2(z_2) + s^2(z_1)}$ essendo $s^2(z_i) = \frac{1}{n_i - 3}$ $(i = 1,2)$.

Si riporta un esempio di Weldon citato da Tippet: si sono ottenuti i coefficienti di correlazione $r_1 = 0{,}506$ ed $r_2 = 0{,}745$ tra il numero dei pistilli e degli stami in 268 e 373 fiori di *Ficaria ranuncoloides* raccolti rispettivamente al principio ed in piena stagione. Si ha quindi $z_1 = 0{,}557$ $z_2 = 0{,}962$ $z_2 - z_1 = 0{,}405$ $E_p\,(z_2 - z_1) = \sqrt{\frac{1}{268} + \frac{1}{370}} = 0{,}080$. Essendo 0,405 molto maggiore di 0,080 la differenza tra le due correlazioni (= 0,239) è perciò statisticamente molto significativa.

Talvolta i valori x_i ed i rispettivi y_i vengono classificati in modo tale che ogni x ed ogni y abbia un punteggio secondo una graduatoria stabilita nell'esperimento in esame e che può in particolare essere data dalla serie dei numeri naturali. Allora si può usare il coefficiente dei gradi di Spearman espresso da: $R = 1 - \frac{3\,\Sigma |g_i' - g_i''|}{n^2 - 1}$ (essendo $\Sigma |g_i' - g_i''|$ la sommatoria

delle differenze di grado in valore assoluto), il quale a seconda che la perdita totale di grado ($-\frac{\Sigma|g_i' - g_i''|}{2}$) sia zero o eguale alla perdita media di grado ($-\frac{n^2 - 1}{6}$) assume rispettivamente il valore 1 (massima concordanza) o zero (minima concordanza).

Nel nostro esempio ($i = 8$) si hanno delle piante della stessa specie ma di diverse varietà e trattamento di concimazione e le x_i rappresentano le quantità di frutta prodotte in media annualmente e le y_i valori di stima della qualità:

Piante N	x_i	y_i	g_x	g_y	diff. grado $(g_i' - g_i'')$
1	16,5	8,9	4	1	3
2	12,1	1,9	7	7	0
3	19,0	1,0	3	8	5
4	23,3	8,0	2	2	0
5	25,4	5,4	1	5	4
6	16,1	3,2	5	6	1
7	11,5	5,6	8	4	4
8	14,2	7,5	6	3	3
Totale	—	—	—	—	(10) + (—10)

da cui $R = 1 - \frac{3.20}{64 - 1} = 0{,}05$ cioè vi è una concordanza d'ordine del 5%.

Il coefficiente di correlazione dei ranghi di Spearman $\varrho = 1 - \frac{6\,\Sigma\,(g_i' - g_i'')^2}{n\,(n^2 - 1)}$ è un po' più piccolo (ed anch'esso meno usato) del coefficiente di correlazione r.

Pearson ci dà con approssimazione l'$E_p\,(\varrho) = \frac{0{,}67449\ (1 - \varrho^2)}{\sqrt{n}} \cdot (1 + 0{,}086\,\varrho^2)$.

Schematizzando un altro esempio si ha:

g_x	g_y	$\Sigma\,(g_i' - g_i'')^2$	g_x	g_y	$\Sigma\,(g_i' - g_i'')^2$
5	8,0	9,00	1,0	5,5	20,25
7	7,5	0,25	5,2	3,0	4,84
4	1,0	9,00	7,3	5,5	3,24
2	2,0	—	6,0	7,0	1,00

da cui $\varrho = 1 - \frac{6 \cdot 47{,}58}{8 \cdot 63} = 0{,}434 \pm 0{,}196$.

Se tra due variabili x ed y intervengono altre variabili, la vera correlazione r_{xy} risulta alterata; si ha così una correlazione spuria che sarà corretta cioè trasformata in una correlazione pura r'_{xy} mediante la correlazione parziale; pertanto date tre o più variabili, la correlazione tra due di esse mantenendo costanti le altre, dicesi **correlazione parziale** o netta. Date le x_i, y_i, z_i, eliminata l'influenza della z, cioè trasformata la popolazione come se tutti i numeri avessero avuto uno stesso valore z, si ha:

$$r'_{xy} = r^{(z)}_{xy} = \frac{r_{xy} - (r_{xz} \cdot r_{yz})}{\sqrt{1 - r^2_{xz}}\ \sqrt{1 - r^2_{yz}}} .$$

Il coefficiente di correlazione parziale, eliminata l'influenza delle Z e V, per le variabili x_i, y_i, z_i, v_i è dato da:

$$r^{(zv)}_{xy} = \frac{r^{(z)}_{xy} - (r^{(z)}_{xv} \cdot r^{(z)}_{yv})}{\sqrt{1 - (r^{(z)}_{xv})^2}\ \sqrt{1 - (r^{(z)}_{yv})^2}} .$$

Dalle due precedenti formule si desume facilmente quella generale di $r^{(zv\ldots w)}_{xy}$.

I limiti di significanza della correlazione parziale si ricavano dalla stessa tavola (di F i s c h e r) di pag. XLI entrando però con gradi di libertà $N = n - k$ essendo $n =$ numero delle osservazioni effettuate e $k =$ numero delle variabili considerate e precisamente per $r^{(z)}_{xy}$ si ha $k = 3$, per $r^{(zv)}_{xy}$ si ha $k = 4$.

La formula generale del coefficiente di correlazione multipla, con la quale si può stabilire fino a qual punto si può predire la variabile X date le Y, Z, V, ... W, è:

$$R^{(y,z,v\ldots w)}_{x} = \sqrt{1 - (1 - r^2_{xy})\,[1 - (r^{(y)}_{xz})^2]\,[1 - (r^{(yz)}_{xv})^2] \ldots [1 - (r^{(y,z,v,\ldots)}_{xw})^2]}$$

Quantunque il coefficiente di correlazione r è sempre valido, anche per regressioni (ved. § Regressione) non lineari, tuttavia in quest'ultimo caso possiamo calcolare due altri coefficienti (detti rapporti di correlazione), che sono:

$$\eta_{\frac{x}{y}} = \sqrt{\frac{\Sigma f_y (\bar{x}_y - \bar{x})^2}{n s^2_x}} \quad ; \quad \eta_{\frac{y}{x}} = \sqrt{\frac{\Sigma f_x (\bar{y}_x - \bar{y})^2}{n s^2_y}} \quad ; \quad E_p(\eta) = 0{,}67449\,\frac{1 - \eta^2}{\sqrt{n}} .$$

Se la correlazione tende alla linearità, $\eta_{\frac{x}{y}}$ ed $\eta_{\frac{y}{x}}$ si avvicinano ad r. Se la differenza $(\eta^2 - r^2)$ è significativa cioè sufficientemente superiore all'$E_p(\eta^2 - r^2) = \frac{2}{\sqrt{n}}\, 0{,}67449 \sqrt{(\eta^2 - r^2)\,[(1 - \eta^2)^2 - (1 - r^2)^2 + 1]}$ la correlazione tra X e Y non si dovrà ritenere lineare.

10. – Regressione

Conosciuti in un esperimento i valori x_i ed i rispettivi y_i ($i = 1, 2 \ldots n$) si possono costruire graficamente due rette di regressione, riportando gli x_i nell'ascissa ed i corrispondenti valori medi degli y_i come ordinate, per una linea ed i successivi valori medi degli x_i nell'ascissa e gli y_i nell'ordinata per l'altra, ed interpolando una retta rispettivamente ai punti così riportati. Infatti crescendo i singoli valori x_i od y_i (che possono essere valori centrali delle classi se le grandezze sono divise in classi), crescono (o decrescono, in questo caso si ha una correlazione inversa, ved. § Interpolazione) le medie degli x_i o degli y_i che corrispondono a quei singoli valori. Il punto d'incontro (detto anche baricentro) delle due rette di regressione ha per coordinate le medie delle due grandezze (cioè $\bar{x}$ e $\bar{y}$).

Es. (schematico):

y \ x →	9	12	15	18	21	totale	x_y
↓							
50	2	7	-	—	—	9	11,3
60	-	10	10	16	—	36	15,5
70	-	-	12	20	—	32	16,8
80	—	-	8	15	11	34	18,2
90	-	-	—	—	7	7	21,0
100	—	—	—	—	9	9	21,0
Totale	2	17	30	51	27	127	—
$\bar{y}_x$	50,0	55,8	69,3	69,8	89,2	—	—

Le equazioni delle due rette sono: $\begin{cases} X = a_0 + a_1 Y \\ Y = b_0 + b_1 X \end{cases}$

cioè: $\begin{cases} X = \bar{x} + r \dfrac{s_x}{s_y} (Y - \bar{y}) \\ Y = \bar{y} + r \dfrac{s_y}{s_x} (X - \bar{x}) \end{cases}$ od anche: $\begin{cases} X = \bar{x} + \dfrac{\Sigma(y_i - \bar{y})(x_i - x)}{\Sigma(y_i - \bar{y})^2} (Y - \bar{y}) \\ Y = \bar{y} + \dfrac{\Sigma(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\Sigma(x_i - \bar{x})^2} (X - \bar{x}) \end{cases}$

essendo s_x, $\bar{x}$ ed s_y, $\bar{y}$ gli scarti quadratici medi e le medie degli x_i ed y_i rispettivamente · a_1 ed b_1 rappresentano i coefficienti di regressione (cioè i coefficienti angolari) di X su Y e di Y su X, e ci danno la misura media di quanto varia X e Y al variare di una unità di Y e X rispettivamente. La differenza tra il valore y e quello ricavato y' mediante l'equazione di regressione, cioè la deviazione di y dal valore di stima y' ottenuto dall'equazione di regressione, dicesi errore di stima. Si ricava che la sommatoria

dei quadrati degli errori di stima cioè $\Sigma (y_i - y'_i)^2$ è eguale ad $(1 - r^2)$ $\Sigma (y_i - \bar{y})^2$. La significanza dei coefficienti di regressione a e b si ottiene confrontando i valori

$$\frac{a \sqrt{\Sigma (y_i - \bar{y})^2}}{\sqrt{\frac{\Sigma x_i - x'_i)^2}{n - 2}}} \qquad \text{errore quadratico medio di stima}$$

$$= \frac{a \sqrt{\Sigma (y_i - \bar{y})^2}}{\sqrt{\frac{\Sigma (y_i - \bar{y})^2 \cdot \Sigma (x_i - x_i)^2 - \Sigma (x_i - x)(y_i - \bar{y})^2}{n - 2}}}$$

$$= a \sqrt{\frac{(n-2) \Sigma (y_i - \bar{y})^2}{(1 - r^2) \Sigma (x_i - x)^2}} \text{ ed } b \sqrt{\frac{(n-2) \Sigma (x_i - x)^2}{(1 - r^2) \Sigma (y_i - \bar{y})^2}}$$

rispettivamente con il t di Fischer con $n - 2$ gradi di libertà.

Gli errori probabili dei coefficienti di regressione sono dati da:

$$E_p (a_1) = 0{,}67449 \cdot \frac{s_x \sqrt{1 - r^2}}{\sqrt{\Sigma (y_i - \bar{y}_i)^2}} \quad ; \quad E_p (b_1) = 0{,}67449 \frac{s_y \sqrt{1 - r^2}}{\sqrt{\Sigma (x_i - x)^2}}$$

Si dimostra che la somma dei quadrati delle distanze dei punti, sopra considerati, dalle rette di regressione X e Y (misurate parallelamente all'asse delle ascisse e all'asse delle ordinate rispettivamente) è un minimo rispetto alle distanze da qualsiasi altre rette.

Si noti che entro la distanza di $2 s_x \sqrt{1 - r^2}$ ed $2 s_y \sqrt{1 - r^2}$ (che rappresentano il doppio dello scarto quadratico medio di X e Y) rispettivamente dalle due rette di regressione sono compresi il 95 % delle date osservazioni.

È quindi importante conoscere a_1 ed b_1, che ci fanno prevedere (con approssimazione migliore di qualsiasi altra stima) la variazione media della variabile dipendente per ogni variazione unitaria della variabile indipendente (qualora, naturalmente, nell'esperimento r sia significativo) e ci permettono inoltre di ricavare le equazioni delle due rette di regressione e la loro rappresentazione grafica. In quest'ultimo caso si osservi che le due rette di regressione formano un angolo acuto per $0 < r < 1$, ottuso per $0 > r > -1$, mentre per $r = 0$ sono perpendicolari (ed evidentemente parallele agli assi coordinati) e per $r = \pm 1$ sono coincidenti.

Es. in un esperimento di 30 particelle di aranci, coltivate con diverso trattamento di concimazione in vasche di cemento, si hanno i seguenti valori dei volumi delle chiome in m³. e dei rispettivi kg. di prodotto nel primo quinquennio.

Vol.	Prod.	Vol.	Prod.	Vol.	Prod.
1,28	3,2	0,68	0,1	0,88	—
1,60	6,1	1,46	2,1	0,97	—
2,73	11,6	3,12	28,2	2,79	36,1
1,97	9,3	2,63	35,3	2,43	31,4
2,80	25,3	2,35	44,7	2,79	31,2
3,09	25,7	2,77	36,4	2,63	25,1
2,04	9,8	3,96	64,4	2,27	45,3
1,09	16,0	2,63	31,8	2,57	46,0
2,18	19,8	2,31	19,6	2,50	10,6
3,40	28,9	2,72	31,5	2,59	29,6

e dalla precedente tabella si ricava una correlazione $r = \frac{277,9}{\sqrt{17,2.7565}} = 0,77$ molto significativa.

Pertanto si ha: (1)
$$\begin{cases} X = 2,30 + 0,77\,\frac{0,77}{16,1}\,(Y - 23,5) \\ Y = 23,5 + 0,77\,\frac{16,1}{0,77}\,(X - 2,3) \end{cases}$$

cioè: (2) $\begin{cases} X = 1,46 + 0,036\,Y \\ Y = 16,1\,X - 13,53 \end{cases}$ e queste due rette di regressione si devono incontrare (con errore dovuto sempre alla approssimazione, e trascurabile in questo caso) nel punto $x = 2,3$ ed $y = 23,5$ come si constata pure dalla (1).

La (2) ci indica che ad ogni aumento di un kg. di prodotto corrisponde un incremento medio di volume della chioma di 0,036 m³. e che per ogni aumento di un m.³ di volume della chioma corrisponde un incremento medio di prodotto di 16,1 kg., come appare anche dal grafico seguente.

Quando la grandezza y_i è legata da qualche relazione ad un'altra grandezza z_i, l'equazione di regressione (detta, perciò, netta) di x su y e z, che ci consente di prevedere con buona approssimazione di stima gli x_i dagli y_i e z_i (equazione di regressione tripla) è data da:

$$X = \bar{x} + \frac{[\Sigma (y_i - \bar{y})\,(x_i - \bar{x})] \cdot [\Sigma (z_i - \bar{z})^2] - [\Sigma (z_i - \bar{z})\,(x_i - \bar{z})]\,[\Sigma (y_i - \bar{y})\,(z_i - \bar{z})]}{[\Sigma (y_i - \bar{y})^2]\,[\Sigma (z_i - \bar{z})^2] - [\Sigma (y_i - \bar{y})\,(z_i - \bar{z})]^2 \cdot} Y +$$

$$+ \frac{[\Sigma (z_i - \bar{z})\,(x_i - x)]\,[\Sigma (y_i - \bar{y})^2] - [\Sigma (y_i - \bar{y})\,(x_i - \bar{x})]\,[\Sigma (y_i - \bar{y})\,(z_i - \bar{z})]}{[\Sigma (y_i - \bar{y})^2]\,[\Sigma (z_i - \bar{z})^2] - [\Sigma (y_i - \bar{y})\,(z_i - \bar{z})]^2 \cdot} Z.$$

In questa equazione i coefficienti di Y e Z (detti anche coefficienti di regressione parziale) rappresentano la regressione di X su Y, e di X su Z indipendentemente dagli z_i ed y_i rispettivamente.

L'equazione della regressione multipla (= tripla) è data anche da:

$$X = \bar{x} + \frac{r_{xy} - r_{xz}\, r_{yz}}{1 - r_{yz}^2} \cdot \frac{s_1}{s_y} (\quad - \bar{y}) + \frac{r_{xz} - r_{xy}\, r_{yz}}{1 - r_{yz}^2} \cdot \frac{s_1}{\quad} (Z - \quad)$$

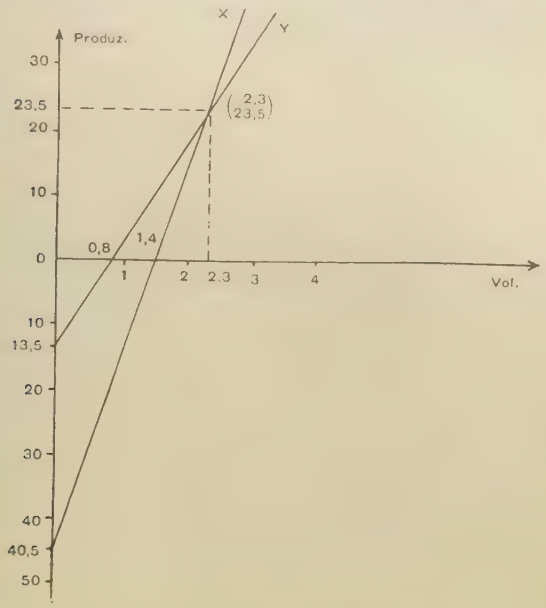


Fig. 7. – Rette di regressione del sistema (2).

La correlazione tra gli x_i e gli x_i' ricavati dalla precedente equazione rappresenta il coefficiente di correlazione multipla, che cade sempre dentro l'intervallo (0, + 1) ed è dato da: $R_x^{(yz)} = \sqrt{\frac{r_{xy}^2 + r_{xz}^2 - 2\, r_{xy}\, r_{xz}\, r_{yz}}{1 - r_{yz}^2}}$.

L'errore quadratico medio di stima è qui:

$$\sqrt{\frac{(1 - R_1^2)\ \Sigma\ (x_i - \bar{x})^2}{n - 3}}$$

Se si hanno quattro variabili (X, Y, Z, V), l'equazione della regressione multipla (= quadrupla) è espressa da:

$$X = \bar{x} + \varphi_0 \frac{s_x}{s_y} (Y - \bar{y}) + \varphi_1 \frac{s_x}{s_z} (Z - \bar{z}) + \varphi_2 \frac{s_x}{s_v} (V - \bar{v})$$

nella quale i valori di φ si ricavano dal seguente sistema:

$$\begin{cases} \varphi_0 + r_{yz}\, \varphi_1 + r_{yv}\, \varphi_2 = r_{xy} \\ r_{yz}\, \varphi_0 + \varphi_1 + r_{zv}\, \varphi_2 = r_{xz} \\ r_{yv}\, \varphi_0 + r_{zv}\, \varphi_1 + \varphi_2 = r_{xv} \end{cases}$$

In questo caso il coefficiente di correlazione multipla (anch'esso compreso tra 0 e 1) è: $R_x^{(yzv)} = r_{xy}\,\varphi_0 + r_{xz}\,\varphi_1 + r_{xv}\,\varphi_2$.

Il livello di significanza degli R_x si ottiene confrontando direttamente i suoi valori con la seguente tavola di Fischer con gradi di libertà $N-n-k$ essendo, al solito, k = numero delle variabili considerate:

N	$R_x^{(yz)}$		$R_x^{(yzv)}$		N	$R_x^{(yz)}$		$R_x^{(yzv)}$	
	5 %	1 %	5 %	1 %		5 %	1 %	5 %	1 %
1	0,999	1,000	0,999	1,000	20	0,509	0,608	0,563	0,652
2	0,975	0,995	0,983	0,997	25	0,462	0,555	0,514	0,600
3	0,930	0,976	0,950	0,983	30	0,426	0,514	0,476	0,558
4	0,881	0,949	0,912	0,962	35	0,397	0,481	0,445	0,523
5	0,836	0,917	0,874	0,937	40	0,373	0,454	0,419	0,494
6	0,795	0,886	0,839	0,911	50	0,336	0,410	0,379	0,449
7	0,758	0,855	0,807	0,885	60	0,308	0,377	0,348	0,414
8	0,726	0,827	0,777	0,860	70	0,286	0,351	0,324	0,386
9	0,697	0,800	0,750	0,836	80	0,269	0,330	0,304	0,362
10	0,671	0,776	0,726	0,814	90	0,254	0,312	0,288	0,343
11	0,648	0,753	0,703	0,793	100	0,241	0,297	0,274	0,327
12	0,627	0,732	0,683	0,773	150	0,198	0,244	0,225	0,270
13	0,608	0,712	0,664	0,755	200	0,172	0,212	0,196	0,234
14	0,590	0,694	0,646	0,737	500	0,109	0,135	0,124	0,150
15	0,574	0,677	0,630	0,721	1000	0,077	0,096	0,088	0,106

Quando le grandezze variabili non sono connesse da una semplice relazione per motivi che possono essere varii, si ottiene una regressione curvilinea, in luogo della quale ci si può valere della curva interpolatrice (vedi § Interpolazione).

Per agevolare il calcolo degli s_x, s_y, s_z, r_{xy}, r_{xz}, r_{yz} che si sono incontrati nelle equazioni di regressione (e nelle altre applicazioni statistiche precedenti) si fa presente che:

$$(3)\quad \begin{cases} \Sigma\,(x_i - \bar{x})^2 = \Sigma\,(x_i)^2 - \dfrac{(\Sigma\,x_i)^2}{n} \\ \Sigma\,(y_i - \bar{y})^2 = \Sigma\,(y_i)^2 - \dfrac{(\Sigma\,y_i)^2}{n} \\ \Sigma\,(x_i - \bar{x})\;(y_i - \bar{y}) = \Sigma\,x_i\,y_i - \dfrac{(\Sigma\,x_i)\;(\Sigma\,y_i)}{n} \end{cases}$$

Specialmente se si fa uso delle tavole numeriche e di macchine calcolatrici, le precedenti uguaglianze (3) sono utilissime per la maggior parte dei calcoli statistici; e per questo che, nei prossimi paragrafi, ci serviremo in pieno delle relazioni (3). [Evidentemente le (3) possono essere applicate

anche nei calcoli precedentemente esposti (es.: correlazioni, ecc...). Infatti, ad es., per l'esperimento delle 15 piante riportati nel § Correlazione, si ha:

$$\Sigma (x_i - \bar{x})^2 = 129{,}6097 - \frac{1921{,}0689}{15} = 1{,}5385 \; ; \quad \Sigma (y_i - \bar{y})^2 = 812{,}23 - \frac{11384{,}89}{15} = 53{,}24 \; ; \quad \Sigma (x_i - \bar{x})\,(y_i - \bar{y}) = 319{,}989 - \frac{4676{,}661}{15} = 8{,}212$$

$$\text{e quindi } r = \frac{+\,8{,}212}{\sqrt{1{,}5385 \cdot 53{,}24}} = +\,0{,}907$$

cioè lo stesso risultato già trovato col precedente metodo.

11. – Dati empirici e teorici

Abbiamo visto che un fenomeno può essere rappresentato teoricamente mediante curve (es.: rette di regressioni, curve interpolatrici, ecc...) od altre deduzioni teoriche.

Per ottenere un criterio di bontà di tali rappresentazioni teoriche, bisogna confrontare evidentemente i dati empirici d'un esperimento con quelli ottenuti dalla sua descrizione teorica e calcolare la probabilità P ($0 < P < 1$) che la divergenza tra la descrizione teorica ed i dati osservati in altre prove sia minore od uguale del caso considerato.

Per tale calcolo si può adoperare la seguente tavola di X^2 pubblicata da R. A. Fischer in «Statistical methods for research workers» (3rd edition. Edinburgh, Oliver and Boyd, 1 3), della quale riporto un estratto:

*	$P = 0{,}99$	0,95	0,80	0,50	0,30	0,20	0,05	0,01
1	0,0001	0,004	0,06	0,45	1,07	2,70	3,84	6,63
2	0,02	0,10	0,44	1,38	2,40	4,60	5,99	9,21
5	0,55	1,14	2,34	4,35	6,06	9,23	11,07	15,08
8	1,64	2,73	4,59	7,34	9,52	13,36	15,50	20,09
10	2,55	3,94	6,18	9,34	11,78	15,98	18,30	23,21
12	3,57	5,22	7,80	11,34	14,01	18,55	21,02	26,21
14	4,66	6,57	9,46	13,34	16,22	21,06	23,68	29,14
16	5,81	7,96	11,15	15,33	18,41	23,54	26,29	32,00
19	7,63	10,11	13,71	18,33	21,68	27,20	30,14	36,19
21	8,89	11,59	15,44	20,33	23,85	29,61	32,67	38,93
23	10,19	13,09	17,18	22,33	26,01	32,00	35,17	41,63
25	11,52	14,61	18,94	24,33	28,17	34,38	37,65	44,31
28	13,56	16,92	21,58	27,33	31,39	37,91	41,33	48,27
30	14,95	18,49	23,36	29,33	33,53	40,25	43,77	50,89

ed i termini delle caselle rappresentano i valori di $X^2 = \Sigma X_i^2 = \Sigma \frac{(y_i - y'_i)^2}{y'_i}$ essendo y_i i dati empirici ed y'_i quelli teorici.

Es.: 900 semi sono stati suddivisi in 10 serie di 90 semi ciascuno e dopo 12 giorni hanno germinato 216 semi, con una percentuale media del 24 % $\left(= \frac{21600}{900}\right)$ per serie. Usando la distribuzione binomiale teorica si hanno i termini della potenza $(0{,}76 + 0{,}24)^{10}$ (essendo $p = 0{,}24$ la probabilità dell'evento favorevole e $q = 0{,}76$ quella dell'evento contrario) e cioè:

$1.6428.10^{-5}$	$252.20{,}1.10^{-5}$
$10.2030.10^{-5}$	$210.6{,}37.10^{-5}$
$45.641{,}0.10^{-5}$	$120.2{,}01.10^{-5}$
$120.202{,}4.10^{-5}$	$45.0{,}52.10^{-5}$
$210.63{,}9.10^{-5}$	$10.0{,}20.10^{-5}$
	$1.0{,}06.10^{-5}$

Moltiplicando tali termini per 90 si ha:

N. semi germinati per serie		0	1	2	3	4	5	6	7	8–9–10	Tot.
Frequenze per serie	teoriche y'_i	5,78	18,27	25,96	21,86	12,08	4,56	1,20	0,22	0,07	90
	empiriche y_i	5	19	28	19	13	4	1	1	0	90
X_i^2		0,105	0,029	0,160	0,374	0,070	0,068	0,033	2,765	0,070	3,67

Essendo 9 i valori da confrontare, si entra nella precedente tavola di Fischer con $n = 9 - 1 = 8$ ed il valore 3,67 è compreso tra 2,73 e 4,59 e corrisponde a $0{,}80 < P < 0{,}95$ e più precisamente $0{,}85 < P < 0{,}90$; si ha cioè una ottima rappresentazione teorica, giacchè in oltre l'85 % delle prove, la divergenza tra osservazione e teoria sarà minore che nel caso considerato nel nostro esempio.

12. – Associazione tra variabili

Se il valore d'una grandezza è uguale sia alla somma dei valori di una variabile X che alla somma dei valori di una variabile Y (cioè $N = X = Y = x' + x'' = y' + y''$) possiamo controllare se esistono tra le variabili X ed Y delle associazioni $x'\,y'$, $x'\,y''$, $x''\,y'$, $x''\,y''$, alle quali corrispondono rispettivamente i valori empirici a_{11}, a_{21}, a_{12}, a_{22}.

Si ha pertanto:
$$\begin{cases} \text{associazione } x'\,y' = a_{11} \\ \text{associazione } x'\,y'' = a_{21} \\ \text{associazione } x''\,y' = a_{12} \\ \text{associazione } x''\,y'' = a_{22} \end{cases} \quad \text{ed} \quad \begin{cases} a_{11} + a_{21} = x' \\ a_{12} + a_{22} = x'' \\ a_{11} + a_{12} = y' \\ a_{21} + a_{22} = y'' \\ a_{11} + a_{12} + a_{21} + a_{22} = N \end{cases}$$

come appare evidentemente dalla seguente tabella:

Variabili		X		Totale $y' + y''$
		x'	x''	
Y	y'	a_{11}	a_{12}	$a_{11} + a_{12}$
	y''	a_{21}	a_{22}	$a_{21} + a_{22}$
Totale : $x' + x''$		$a_{11} + a_{21}$	$a_{12} + a_{22}$	N

Si dimostra che:

ad a_{11} corrisponde il valore teorico: $\frac{(a_{11} + a_{21})\ (a_{11} + a_{12})}{N}$

ad a_{12} corrisponde il valore teorico: $\frac{(a_{12} + a_{22})\ (a_{11} + a_{12})}{N}$

ad a_{21} corrisponde il valore teorico: $\frac{(a_{11} + a_{21})\ (a_{21} + a_{22})}{N}$

ad a_{22} corrisponde il valore teorico: $\frac{(a_{12} + a_{22})\ (a_{21} + a_{22})}{N}$

Se un assegnato valore a è inferiore o supera il corrispondente valore teorico si ha rispettivamente una associazione indiretta (= repulsione) o una associazione diretta (= attrazione) tra le variabili date, che hanno originato il suddetto valore empirico a. Se i valori teorici ed empirici si equivalgono non si hanno associazioni (cioè indipendenza tra le variabili).

Il coefficiente di Yule: $Q = \frac{a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}}{a_{11} \cdot a_{22} + a_{12} \cdot a_{21}}$ che varia da $+1$ (= massima attrazione) a -1 (= massima repulsione) ci dà il grado di associazione tra le due variabili.

Es.:

Variabili		Piante		Totale
		infette	sane	
Modalità	K'	50	16	66
	K''	63	45	108
Totale		113	61	174

$$Q = \frac{50 \cdot 45 - 16 \cdot 63}{50 \cdot 45 + 16 \cdot 63} = +0{,}38$$

Allo stesso risultato si può giungere con la formula:

$$X^2 = \frac{N\,(a_{11}\,a_{22} - a_{12}\,a_{21})^2}{(a_{11} + a_{12})\,(a_{21} + a_{22})\,(a_{12} + a_{22})\,(a_{11} + a_{21})} = \frac{714 \cdot 1542564}{66 \cdot 108 \cdot 61 \cdot 113} = 5{,}46$$

ed entrando nella tavola di Fischer (pag. XLIX) con $n = 2 - 1 = 1$ si ha $P = 0{,}02$ con approssimazione. Poichè P ci dà il valore della probabilità della indipendenza delle due variabili, cioè si ha una grande associazione quando P è molto piccolo, e se si pensa che i valori più elevati di X^2 per $P = 0{,}05$ indicano un reale disaccordo tra valori empirici e quelli teorici, viene confermato così il risultato precedente.

In conclusione quindi, nel nostro esempio, esiste una certa associazione (in misura di $Q = + 0{,}38$ opp. $P = 0{,}02$) tra le piante infette e sane e le modalità K' e K'', cioè che le modalità K' si trovano più facilmente associate alle piante infette, mentre le modalità K'' risultano più spesso associate alle piante sane.

L'indice di attrazione $= I_a = \dfrac{a_{11} \cdot N - (a_{11} + a_{12}) \cdot (a_{11} + a_{21})}{(a_{11} + a_{12}) \cdot N - (a_{11} + a_{12}) \cdot a_{11} + a_{21})}$

sarà in questo stesso esempio: $\dfrac{8700 - 7458}{11484 - 7458} = \dfrac{1242}{4020} = 0{,}308.$

Se la variabile X ha n valori: x', x'', x''' ..., $x^{(n)}$ e la variabile Y m valori: y', y'', ... $y^{(m)}$, si ottengono in tutto $n \cdot m$ dati, che verranno così disposti in una tavola:

	x'	x''	x'''	...	$x^{(n)}$
y'	a_{11}	a_{12}	a_{13}	...	a_{1n}
y''	a_{21}	a_{22}	a_{23}	...	a_{2n}
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
$y^{(m)}$	a_{m1}	a_{m2}	a_{m3}	...	a_{mn}

Indicando con U l'espressione:

$$\sum_{s=1}^{n} \left\{ \frac{1}{\sum_{r=1}^{m} a_{rs}} \left(\frac{a_{1s}^2}{\sum_{s=1}^{n} a_{1s}} + \frac{a_{2s}^2}{\sum_{s=1}^{n} a_{2s}} + \ldots + \frac{a_{ms}^2}{\sum_{s=1}^{n} a_{ms}} \right) \right\},$$

la misura della relazione globale esistente tra le categorie delle due variabili X ed Y sarà espressa dal coefficiente di contingenza quadratica media $= C = \sqrt{\dfrac{U-1}{U}}$.

I) Es.: considerando i dati sull'esperimento delle vasche (§ Medie), si ha:

$$\frac{1}{75{,}3} \left(\frac{28{,}5^2}{495{,}7} + \frac{5{,}1^2}{619{,}1} + \frac{8^2}{558{,}9} + \frac{10^2}{393{,}2} + \frac{7{,}2^2}{190{,}4} + \frac{16{,}5^2}{237{,}8} \right) =$$

$$= \frac{3{,}464}{75{,}3} = 0{,}046 \ .$$

$$\frac{1}{79,9}\left(\frac{34,9^2}{495,7}+\frac{25,0^2}{619,1}+\frac{9^2}{558,9}+\frac{11^2}{393,2}\right)=\frac{3,917}{79,9}=0,049$$

. . . . . .

$$\frac{1}{236,9}\left(\frac{67,6^2}{495,7}+\frac{69,2^2}{619,1}+\frac{63,5^2}{558,9}+\frac{36,6^2}{393,2}\right)=\frac{27,572}{236,9}=0,116$$

$$U = 0,046 + 0,049 + 0,115 + 0,115 + 0,169 + 0,172 + 0,175 + 0,121 +$$

$$+ 0,112 + 0,116 = 1,190 \text{ e quindi } C = \sqrt{\frac{1,190 - 1}{1,190}} = \sqrt{0,1596} = 0,40 .$$

II) Es.: considerando i dati nell'esperimento delle stirpi di canapa (§ Correlazione, pag. XL) si ha:

$$\frac{1}{31}\left(\frac{26^2}{86}+\frac{5^2}{132}\right)=0,260 \quad ; \quad \frac{1}{82}\left(\frac{50^2}{86}+\frac{30^2}{132}+\frac{2^2}{112}\right)=0,438 \; ; \; \cdots$$

$$\cdots \frac{1}{1}\left(\frac{1^2}{5}\right)=0,200 \quad \text{da cui: } C=\sqrt{\frac{2,497-1}{2,497}}=\sqrt{0,5995}=0,77.$$

Si noti che il suddetto coefficiente C varia da $+1$ a -1, e che esso si può adoperare sia con categorie qualitative di una delle due variabili che di entrambe.

Nel caso che le categorie delle variabili (cioè delle modalità) siano ≤ 4, il valore di C dovrà subire una correzione, ma se la tavola consiste di sole quattro rubriche ($=2$ categorie), il coefficiente C può essere sostituito dal coefficiente di correlazione:

$$r = \frac{(a_{11}\cdot a_{22}) - (a_{12}\cdot a_{21})}{(a_{11}+a_{12})\cdot(a_{21}+a_{22})\cdot(a_{11}+a_{21})\cdot(a_{12}+a_{22})}$$ che varia anch'esso da $+1$ a -1.

Es.: nell'incrocio tra un pisello odoroso a corolla purpurea e a granelli pollinici allungati con un pisello odoroso a corolla rossa e a granelli pollinici rotondi, in F_2 tra 11291 individui, il Baterson ha ottenuto (cfr.: Crescini, F. Lezioni di genetica vegetale applicata all'agricoltura. Bologna, Zanichelli, 1935, pag. 87 e segg.).

		Forma del polline		Totale
		lungo	non lungo	
Colore della corolla	purpureo	7897	583	8480
	non purpureo	614	2197	2811
	Totale	8511	2780	11291

cioè tra il colore della corolla e la forma del polline esiste un concatenamento espresso dal coefficiente:

$$r = \frac{7897 \cdot 2197 - 583 \cdot 614}{8480 \cdot 2811 \cdot 8511 \cdot 2780} = +0{,}715 .$$

13. – Rapporto di concentrazione

Dati i valori $a_1, a_2, \ldots a_i \ldots a_n$ che rappresentano le intensità di una certa grandezza, ed ordinati in modo che siano $a_{i+1} > a_i$, si calcolino:

$$\begin{cases} S_1(x) = x_1 \\ S_2(x) = x_1 + x_2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ S_n(x) = x_1 + x_2 + \ldots + x_n \end{cases}$$

dove $S_i(x)$ [per $i = 1, 2, \cdots n$] sta ad indicare la somma del 1° termine, del 1° + 2° termine, del 1° + 2° + 3° termine, ecc.... della serie dei valori della grandezza A.

Posto $\frac{S_i(x)}{S_n(x)} = q_i$ ed $\frac{i}{n} = p_i$, dicesi rapporto di concentrazione della data grandezza l'espressione:

$$(1) : R_c = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} (p_i - q_i)}{\sum_{i=1}^{n-1} p_i}$$

Tale rapporto assume il valore massimo ($R_c = 1$) quando la concentrazione è perfetta, cioè quando $n - 1$ valori sono nulli e l'ennesimo valore eguale a S_n (in tale caso $q_i = 0$); assume il valore minimo ($R_c = 0$) quando si ha equidistribuzione della data grandezza cioè quando gli n valori sono eguali (e si ha $q_i = p_i$).

Praticamente anzichè la (1) si usa la seguente formula:

$$R_c = \frac{\sum_{i=1}^{s} (S_i(y) + S_{i-1}(y) - 1) \cdot x_i y_i}{\left[\left(\sum_1^s y_i\right) - 1\right] \cdot \left[\sum_1^s y_i x_i\right]} - 1$$

nella quale x_i rappresentano i valori empirici dati ed y_i le rispettive frequenze.

Es.: prendendo in considerazione i 15 valori dei volumi dell'esperimento citato nel § correlazione, e ordinandoli si ha:

x_i	y_i	$x_i y_i$	$S_i(y)$	$S_{i-1}(y) - 1$	$x_i y_i (S_i(y) + S_{i-1}(y) - 1)$
3,9	1	3,9	1	— 1	0
4,9	1	4,9	2	0	9,8
5,4	2	10,8	4	1	54,0
5,5	1	5,5	5	3	44,0
5,7	1	5,7	6	4	57,0
6,0	1	6,0	7	5	72,0
7,1	1	7,1	8	6	99,4
7,8	1	7,8	9	7	124,8
8,7	1	8,7	10	8	156,6
8,9	1	8,9	11	9	178,0
9,2	2	18,4	13	10	423,2
9,4	1	9,4	14	12	244,4
9,6	1	9,6	15	13	268,8
Totale	15	106,7	—	—	1732,0

Si noti che l'ultimo valore della colonna $S_i(y)$ deve essere eguale al totale della colonna y_i e che l'ultimo valore della colonna $S_{i-1}(y) - 1$ deve essere eguale al penultimo valore meno una unità della colonna $S_i(y)$.

Applicando la formula si ha: $R_c = \frac{1732,0}{(15-1)(106,7)} - 1 = 0,159 = 15,9\%$.

Evidentemente si adotterà lo stesso procedimento se i valori x_i sono isolati cioè con frequenze y_i sempre eguale ad 1.

Come esercizio si può verificare che si otterrà un valore di R_c, per difetto, molto vicino a 0 con i dati di $E_{max} = \frac{S}{V}$ (= rapporto tra superficie complessiva delle parti destinate all'assimilazione di un generico albero ed il volume della sua chioma) ottenuti da alberi di differenti specie, giacchè, secondo A. Borzì (Filosofia botanica. Roma, Tipografia del Senato di G. Bardi, 1920, p. 75), tali valori di E_{max} saranno costanti.

Il rapporto di concentrazione può essere rappresentato graficamente nel modo seguente. Si riportano nell'ordinata i valori $S_i(x)$ (per $i = 1, 2 \ldots, n$) (essendo $S_i = x_1 + x_2 + \ldots x_i$ come si è visto nel § dell'interpolazione) e si divide l'ascissa ($= \Sigma x_i$) in k ($= \Sigma y_i$) parti eguali; coi punti d'incontro

si costruirà una spezzata che per concentrazione nulla coinciderà con la diagonale OB (= retta di equidistribuzione), per concentrazione massima con i lati OA ed AB.

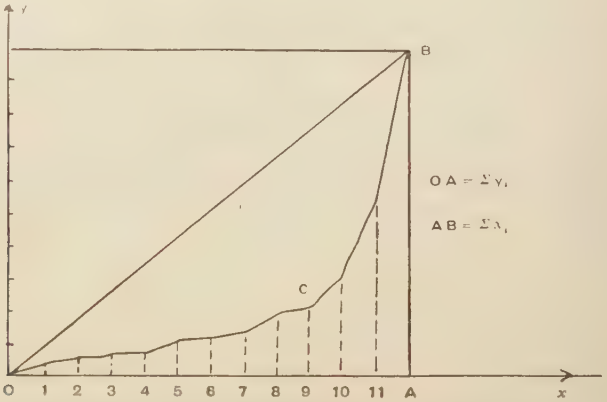


FIG. 8. – Rappresentazione grafica del rapporto di concentrazione.

Il rapporto di concentrazione sarà eguale al rapporto tra l'area (detta area di concentrazione) compresa fra la diagonale OB e la spezzata ricavata OCB, e l'area del triangolo costituito dai lati OA, AB, BO.

14. – VARIABILITÀ

Molto raramente viene usato come indice di variabilità assoluta la differenza $\Delta = x_s - x_r$ essendo x_s il massimo valore dellla grandezza ed x_r il minimo, giacchè esso tiene conto solo dei valori estremi della grandezza, che spesso possono essere affetti da errori più o meno sensibili.

Più perfetto è invece lo scarto quadratico medio.

Una differenza tra due variabilità ($= s_2 - s_1$) si dirà perciò significativa se sarà ≥ 2 volte lo scarto quadratico medio dello scarto quadratico medio:

$$\sigma(s) = \sqrt{\frac{s_1^2}{2n_1} + \frac{s_2^2}{2n_2}}$$

$$\text{oppure} \geq 3 \text{ volte l'} E_p(s) = 0{,}67449 \sqrt{\frac{s_1^2}{2n_1} + \frac{s_2^2}{2n_2}} .$$

Se tra le unità di misura di due grandezze vi è una differenza qualitativa si userà un indice di variabilità relativa e precisamente il coefficiente di variabilità: $C_v = \frac{s}{M} \cdot 100$, essendo s = scarto quadratico medio ed M = media aritmetica.

Lo scarto quadratico medio e l'errore probabile del C_v sono:

$$s(C_v) = \frac{(C_v)}{\sqrt{2n}} \cdot \sqrt{1 + \frac{(C_v)^2}{5000}} \quad , \quad E_p(C_v) = 0{,}67449 \cdot s(C_v) \ .$$

Es.: si vogliono confrontare le variabilità dei dati sull'olivo «Bianca», riportati nel § Medie, con quelle della produzione in kg. dello stesso olivo con $s = 0{,}40$ ed $M = 27$. Si ha per la percentuale acidità: $C_v = \frac{0{,}0358}{2{,}48} \cdot 100 = 1{,}44 \pm 0{,}19$, per la produzione: $C_v = \frac{0{,}40}{27} \cdot 100 = 1{,}48 \pm 0{,}20$.

Si può fare anche una rappresentazione grafica della variabilità relativa, portando per ogni grandezza in ascisse i valori $x_i' = \frac{100\, x_i}{M}$ ed in ordinate i valori delle frequenze $y_i' = \frac{10\, M\, y_i}{\lambda\, n}$ (λ = ampiezza o modulo della classe di x; ved. § le osservazioni ed M = la media della variabile x). Si ottengono così tante spezzate quante sono le grandezze delle quali si vuole rappresentare la variabilità, le quali racchiudono tutte la stessa area e sono perciò comparabili:

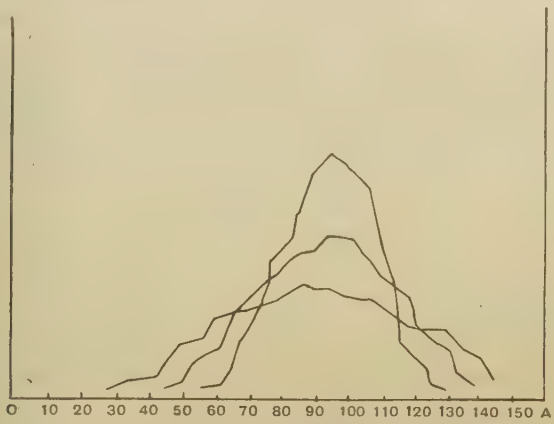


Fig. 9. – Rappresentazione grafica della variabilità relativa.

I seguenti tre grafici illustrano tre tipici casi di variabilità (Cfr. Jule, U. G. An introduction to the theory of statistics. London, 1929):

In I le due variabilità differiscono solo nella media.
In II le due variabilità differiscono nella dispersione (o deviazione).
In III le due variabilità differiscono nella media e nella dispersione.

Una applicazione (della variabilità) si ha nella curva di variabilità di una linea pura di fagioli, che rimane invariata per i discendenti, anche se

di ogni linea pura si piantano, nelle stesse condizioni ambientali, i fagioli di minore e di maggiore dimensione (esperimento di Iohannsen). Ad es., si sono ottenuti per i fagioli le seguenti frequenze 1, 2, 23, 108, 167, 106, 33, 7, 1, corrispondenti alle seguenti misure di dimensioni 8, 9, 10, 11, 12 13, 14, 15, 16.

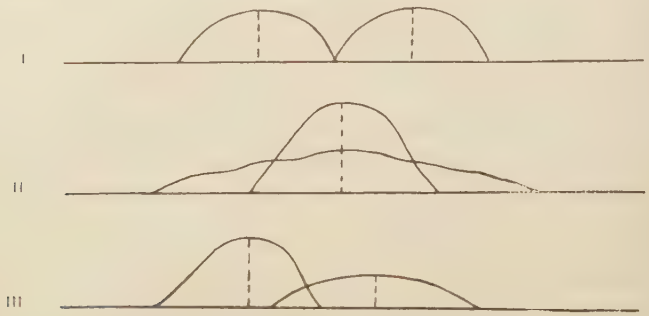


FIG. 10 – Tre tipici casi di diversità tra variabilità.

Se invece tra le unità di misura delle grandezze vi è una differenza quantitativa, si possono confrontare le variabilità modificando, con opportuni coefficienti di riduzione, la unità di misura. Talvolta la variabilità di due o più serie di valori ricavati può essere meglio controllata o confrontata modificando l'intervallo e gli estremi di una o di alcune delle serie date.

Trattiamo il procedimento con un esempio pratico estensibile a più serie. Sia pertanto la serie assegnata costituita dal seguente insieme di numeri: $a_0, a_1, a_2, \ldots a_i \ldots a_n$ e più precisamente da: 7, 9, 10, 14 ... 20; si ha $a_n - a_0 = 20 - 7 = 13$. Se vogliamo che il suo intervallo diventi $b'_n - b'_0 = (a_n - a_0)\ \theta^{(1)} = 32{,}5$ basta moltiplicare ciascuno a_i per $\theta^{(1)} = \dfrac{b'_n - b'_0}{a_n - a_0} = \dfrac{32{,}5}{13} = 2{,}5$ e si ha: 17,5 22,5 25,0 35,0 ... 50,0 infatti $50 - 17{,}5 = 32{,}5$.

Se desideriamo che sia $b''_n = 100$, bisogna moltiplicare ciascuno a_i (della serie assegnata) per $\theta^{(2)} = \dfrac{b''_n}{a_n} = \dfrac{100}{20} = 5$ e si ha: 35, 45, 50, 70... 100; da questa si ricava $b''_n - b''_0 = (a_n - a_0)$. $\theta^{(2)} = 13 \cdot 5 = 65 = 100 - 35$ ed inoltre $b''_0 = b''_n - (a_n - a_0)\ \theta^{(2)} = 100 - 13 \cdot 5 = 35$.

Infine se vogliamo trasformare la solita serie in un intervallo eguale a 100 con gli estremi $b'''_0 = 0$ ed $b'''_n = 100$, si deve moltiplicare ciascun a_i della serie data per $\theta^{(3)}_i = \dfrac{b'''_n - b'''_0}{a_n - a_0}\ (a_i - a_0) = \dfrac{100}{13}\ (a_i - 7)$ e si ottiene così: 0 ; 15,38 ; 23,07 ; 53,84 ; ... 100,00 ; si ricava $b'''_n - b'''_0 = \theta^{(3)}_n = 100$.

A seconda della opportunità perciò possiamo così trasformare un insieme di valori dati $a_0, a_1, \ldots a_i \ldots a_n$ in altri tre insiemi di valori: $b'_0, b'_1, \ldots b'_i \ldots b'_n$ oppure $b''_0 \ldots b''_i \ldots b''_n$ opp. $b'''_0 \ldots b'''_i \ldots b'''_n$ secondo una corrispondenza biunivoca.

Diverse possono essere le applicazioni per le ricerche nel campo agrario (variazione nel tempo: dell'acidità di alcune frutti d'agrumi, dello sviluppo di alcune famiglie di piante, ecc...).

15. – Varianza

a) Nel § Medie si è trattato della significanza della differenza delle medie di due gruppi di osservazioni. Se invece i gruppi sono m anzichè calcolare le significanze delle $\binom{m}{2}$ differenze tra medie, si può adoperare il seguente metodo che ci darà la significatività globale delle suddette $\frac{m(m-1)}{2}$ differenze tra medie.

Pertanto se si considera il valore x_j del gruppo k^{esimo} si ha evidentemente: $(x_k - \bar{x}) = (x_k - \bar{x}_k) + (\bar{x}_k - \bar{x})$ essendo $\bar{x}$ ed $\bar{x}_k$ la media generale e la media del gruppo k^{esimo}.

Da essa si ricava: $\sum_k (x - \bar{x})^2 = \sum_k (x - \bar{x}_k)^2 + n_k (\bar{x}_k - \bar{x})^2$ essendo $\sum_k (x - \bar{x}_k) = 0$ ed essendo la sommatoria estesa a tutti gli x del gruppo k^{esimo}. Sommando tutte le espressioni analoghe degli m gruppi si ha: (1) : $\Sigma (x - \bar{x})^2 = \sum_k^m \sum_k (x - \bar{x}_k)^2 + \sum_k^m n_k (\bar{x}_k - \bar{x})^2$ dove il primo membro rappresenta la variazione totale ed il secondo membro la somma della variazione nei gruppi e della variazione tra i gruppi.

Praticamente la (1), mediante le (3) del § Regressione ed altre semplici trasformazioni algebriche, viene calcolata nella seguente forma:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} (x_i)^2 - \dfrac{(\Sigma x_i)^2}{n} = \text{variazione totale} \\ \sum_{k=1}^{m} \dfrac{(x_k)^2}{n_k} - \dfrac{(x_i)^2}{n} = \text{variazione tra i gruppi} \end{cases}$$

Es.: in un esperimento di $n = 42$ osservazioni divise in 9 gruppi, si sono ottenuti i seguenti valori (che, possiamo supporre, rappresentano le quantità di frutti caduti, per la cascola, in gruppi di piante di $m\,(=9)$ varietà durante i periodi di $n_k\,(=6)$ settimane):

n_k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Totale	Media
1	46,6	38,0	40,0	66,5	53,6	36,8	46,0	35,0	30,5	393,0	43,6
2	36,0	58,0	86,2	57,0	53,4	61,0	60,7	12,5	13,1	437,9	48,6
3	31,5	64,1	50,0	56,4	55,0	54,0	63,0	20,5	13,0	407,5	45,2
4	41,6	46,0	72,0	50,0	—	44,0	47,0	22,0	12,0	334,6	41,8
5	25,8	—	49,3	49,2	—	56,4	—	—	14,5	195,2	39,0
6	41,5	—	—	43,0	—	—	—	—	—	84,5	42,2
Totale	223	206,1	297,5	322,1	162	252,2	216,7	90,0	83,1	1852,7	—
Media	37,1	51,5	59,5	53,6	54,0	50,4	54,1	22,5	16,6	—	40,0

Si fa presente che questo metodo è valido sia che il numero n_k sia eguale o no nei diversi gruppi (nel nostro es., per generalizzare, n_k varia da gruppo a gruppo, essendo ≤ 6).

Sommatoria dei quadrati delle osservazioni = $= \Sigma (x_i)^2 = 46{,}6^2 + 36{,}0^2 + \ldots + 12{,}0^2 + 14{,}5^2 = 94124{,}67$.

Coefficente di correzione = $\frac{(\Sigma x_i)^2}{n} = (223{,}0 + 206{,}1 + \ldots + 90{,}0 + 83{,}1)^2 : (6 + 4 + \ldots + 4 + 5) = (1852{,}7)^2 : 42 = 81726{,}12$.

Sommatoria dei quadrati degli scarti dalla media generale = $\Sigma (x - \bar{x})^2 = 94124{,}67 - 81726{,}12 = 12398{,}55$.

Sommatoria dei quadrati degli scarti delle medie dei gruppi dalla media generale = $\sum_k^m \frac{(\Sigma x_k)^2}{n_k} - \frac{(\Sigma x_i)^2}{n} = \frac{223^2}{6} + \frac{206{,}1^2}{4} + \ldots + \frac{83{,}1^2}{5} - 81726{,}12 = 90514{,}91 - 81726{,}12 = 8788{,}79$.

Sommatoria dei quadrati degli scarti dalle medie gruppi = differenza delle due somme precedenti $- 12398{,}55 - 8788{,}79 = 3609{,}76$.

Gradi di libertà $= 42 - 1 = 41$; $9 - 1 = 8$; $41 - 8 = 33$.

Varianze $= 8788{,}79 : 8 = 1098{,}59$; $3609{,}76 : 33 = 109{,}38$.

Riassumendo:

Causa della variazione	Somme di quadrati	Gradi di libertà	Varianze	Rapporti varianze
Totale	12398,55	41	—	—
tra i gruppi	8788,79	8	1098,59	10,04°°
nei gruppi	3609,76	33	109,38	—

Calcolato il rapporto tra la varianza maggiore e la minore (nel nostro esempio $F = 1098{,}59 : 109{,}38 = 10{,}04$) si confronterà la seguente tavola, che è un estratto di quella pubblicata da G. W. Snedecor, dove i numeri 1, 2, 3, 5, 8, 12, 30, della prima linea orizzontale indicano i gradi di libertà della varianza maggiore, gli altri numeri della prima colonna verticale i gradi di libertà della varianza minore, e ad essi si incrociano i valori di F al 5 % e all'1 %:

	1	2	3	5	8	12	24	∞	
1	161,45	199,50	215,72	230,17	238,80	243,91	250	250,32	5 %
	1052,18	4999,03	5403,49	5764,08	5981,34	6105,83	6258	6366,48	1 %
2	18,51	19,00	19,16	19,30	19,37	19,41	19,46	19,50	5 %
	98,49	99,01	99,17	99,30	99,36	99,42	99,47	99,50	1 %
3	10,13	9,55	9,28	9,01	8,84	8,74	8,62	8,53	5 %
	34,12	30,81	29,46	28,24	27,49	27,05	26,50	26,12	1 %
4	7,71	6,94	6,59	6,26	6,04	5,91	5,74	5,63	5 %
	21,20	18,00	16,69	15,52	14,80	14,37	13,83	13,46	1 %
5	6,61	5,79	5,41	5,05	4,82	4,68	4,50	4,36	5 %
	16,26	13,27	12,06	10,97	10,27	9,89	9,38	9,02	1 %
8	5,32	4,46	4,07	3,69	3,44	3,28	3,08	2,93	5 %
	11,26	8,65	7,59	6,63	6,03	5,67	5,20	4,86	1 %
10	4,96	4,10	3,71	3,33	3,07	2,91	2,70	2,54	5 %
	10,04	7,56	6,55	5,64	5,06	4,71	4,25	3,91	1 %
12	4,75	3,88	3,49	3,11	2,85	2,69	2,46	2,30	5 %
	9,33	6,93	5,95	5,06	4,50	4,16	3,70	3,36	1 %
15	4,54	3,68	3,29	2,90	2,64	2,48	2,25	2,07	5 %
	8,68	6,36	5,42	4,56	4,00	3,67	3,20	2,87	1 %
20	4,35	3,49	3,10	2,71	2,45	2,28	2,04	1,84	5 %
	8,10	5,85	4,94	4,10	3,56	3,23	2,77	2,42	1 %
25	4,24	3,38	2,99	2,60	2,34	2,16	1,92	1,71	5 %
	7,77	5,57	4,68	3,86	3,32	2,99	2,54	2,17	1 %
30	4,17	3,32	2,92	2,53	2,27	2,09	1,84	1,62	5 %
	7,56	5,39	4,51	3,70	3,17	2,84	2,38	2,01	1 %
35	4,12	3,26	2,87	2,48	2,22	2,04	1,79	1,57	5 %
	7,42	5,27	4,40	3,59	3,07	2,74	2,28	1,90	1 %
40	4,08	3,23	2,84	2,45	2,18	2,00	1,74	1,52	5 %
	7,31	5,18	4,31	3,51	2,99	2,66	2,20	1,82	1 %
50	4,03	3,18	2,79	2,40	2,13	1,95	1,69	1,44	5 %
	7,17	5,06	4,20	3,41	2,89	2,56	2,10	1,68	1 %
60	4,00	3,15	2,76	2,37	2,10	1,92	1,65	1,39	5 %
	7,08	4,98	4,13	3,34	2,82	2,50	2,03	1,60	1 %
80	3,96	3,11	2,72	2,33	2,06	1,88	1,60	1,32	5 %
	6,96	4,88	4,04	3,26	2,74	2,42	1,94	1,49	1 %
100	3,94	3,09	2,70	2,30	2,03	1,85	1,57	1,28	5 %
	6,90	4,82	3,98	3,21	2,69	2,37	1,89	1,43	1 %
150	3,90	3,06	2,66	2,27	2,00	1,82	1,54	1,22	5 %
	6,81	4,75	3,91	3,14	2,63	2,31	1,83	1,33	1 %
200	3,89	3,04	2,65	2,26	1,98	1,80	1,52	1,19	5 %
	6,76	4,71	3,88	3,11	2,60	2,28	1,79	1,28	1 %
300	3,87	3,03	2,64	2,25	1,97	1,79	1,51	1,15	5 %
	6,72	4,68	3,85	3,08	2,57	2,24	1,77	1,22	1 %
500	3,86	3,01	2,62	2,23	1,96	1,77	1,48	1,11	5 %
	6,69	4,65	3,82	3,05	2,55	2,22	1,73	1,16	1 %
1000	3,85	3,00	2,61	2,22	1,95	1,76	1,47	1,08	5 %
	6,66	4,63	3,80	3,04	2,53	2,20	1,71	1,11	1 %
∞	3,84	2,99	2,60	2,21	1,94	1,75	1,46	1,00	5 %
	6,64	4,60	3,78	3,02	2,51	2,18	1,69	1,00	1 %

Nell'esempio nostro alla colonna 8 e 30 si ha $\binom{2,27}{3,17}$ e alla colonna 8 e 35 si ha $\binom{2,22}{3,07}$ quindi per interpolazione alla colonna 8 e 33 si avrà: $\binom{2,24}{3,10}$.

Poichè il nostro F (= 10,04) trovato è maggiore di 3,10 si conclude che con grandissima probabilità (maggiore del 99 %) i nostri dati sperimentali non sono omogenei, cioè nel complesso le differenze delle medie tra i gruppi sono statisticamente molto significative; per cui i dati dei 9 gruppi non fanno parte di una stessa popolazione, relativamente al carattere considerato, e quindi i 9 totali ricavati sono stati influenzati da un altro fattore variabile, superiore al « caso » e da mettersi in evidenza (nell'esempio, differenza di varietà). Nel suddetto esperimento si è supposto che i valori (≤ 6) d'ogni gruppo fossero omogenei e che quindi fosse dovuta al « caso » o ad « errore trascurabile » la variazione nei gruppi, e si è cercato poi se una causa effettiva avesse agito sulla variazione tra i gruppi, cioè se la variazione tra i gruppi fosse $\lesseqgtr$ alla variazione nei gruppi.

b) Varianza multipla. Talvolta invece in un esperimento possono agire ad incrocio contemporaneamente due cause diverse ed allora si può ancora adoperare il precedente metodo, con l'avvertenza però che non la significanza o non significanza dell'F trovato (dopo essere stato confrontato con la tavola), bensì il valore della varianza sta ad indicare la maggiore o eguale variazione di una causa rispetto all'altra.

Infatti riprendendo il primo esempio del § Medie, con lo stesso metodo precedente applicato una volta alle medie orizzontali ed una volta alle medie verticali, si ha:

(2)

Causa della variazione	Somme di quadrati	Gradi di libertà	Varianza	F trovato	$F = 0,05$	$F = 0,01$
Totale	24883,19	49	—	—	—	—
Varietà-terreno	3647,59	5	729,51	1,51	2,43	3,46
Nei gruppi (Concim.)	21235,60	44	482,62	—	—	—
Concimazione	17109,43	9	1901,04	—	—	—
Nei gruppi (varietà-ter.)	7773,76	40	1943,44	1,02	2,82	4,56

cosicchè dalla precedente tabella si ricava soltanto che la variazione della concimazione (= 1901,04) è maggiore di quella varietà-terreno (= 729,51).

Pertanto in tal caso l'analisi della varianza ora esposta non è affatto da consigliarsi, specialmente in un esperimento critico (come il nostro), anche perchè viene ad abbassarsi la significanza d'una variabile (infatti nell'ultima parte della tabella non risulta la significanza della concimazione).

Perciò si preferirà quest'altro procedimento (che si calcolerà sullo stesso esempio precedente): per stabilire se la variazione delle medie delle file orizzontali (dello specchio del § Medie) sia significativa, si calcoleranno le differenze tra la media di ciascuna fila verticale (= gruppo, nel nostro caso) e la media generale; e ad ogni valore di ciascuna fila si aggiungerà o sottrarrà la corrispondente differenza ottenuta.

Ci si renderà subito conto della facile trasformazione, confrontando il solito specchio a pag. XVII del § Medie ed il seguente:

Colonne	File						Totale	Medie
	I	II	III	IV	V	VI		
1	28,9	6,9	2,1	20,6	19,1	18,9	82,7	13,7
2	35,3	13,0	3,1	21,6	—	—	73,0	18,2
3	48,5	52,2	67,9	58,8	—	—	227,4	56,8
4	41,4	63,5	60,8	60,8	—	—	226,5	56,6
5	64,4	70,9	60,7	65,7	59,6	57,7	379,0	63,1
6	67,2	65,0	60,6	59,6	65,8	66,0	384,2	64,0
7	44,0	87,4	78,0	65,3	58,6	66,4	399,7	66,6
8	47,0	56,3	75,8	58,5	—	—	237,6	59,4
9	55,0	40,5	33,3	41,1	46,8	40,6	257,3	42,8
10	68,0	57,0	57,6	47,2	—	—	229,8	57,4
Totale	449,7	498,9	499,9	499,2	249,9	249,6	2497,2	—
Medie	49,9	49,89	49,9	49,9	49,9	49,9	—	49,94

dove 28,9 è stato ottenuto (vedi pag. XVII) da 28,5 + (49,9 — 49,5) ecc...

Abbiamo così eliminato completamente l'influenza della varietà-terreno. (Il totale complessivo così trovato 2497,2 e la media 49,89 della fila II, differiscono dai valori 2495,1 e 49,9 solo a causa della approssimazione nel calcolo). Procedendo ugualmente per il calcolo della variazione delle medie delle file verticali si otterrà:

Colonne	I	II	III	IV	V	VI	Totale	Medie
1	65,9	42,5	45,4	47,4	44,6	53,9	229,7	49,9
2	64,9	55,0	39,0	41,0	—	—	199,9	49,9
..	..	..	..	..	..	..	..	..
10	58,3	59,9	54,2	27,3	—	—	199,7	49,9
Totale	493,6	617,0	556,8	391,1	195,8	243,2	2497,5	—
Medie	49,3	61,7	55,6	39,1	39,1	48,6	—	49,9

Da questi due ultimi specchi, col calcolo della varianza già esposto, si ha:

Causa variazione	Quadrati	Gradi liber.	Varianza	F trovato	$F = 0{,}05$	$F = 0{,}01$
Totale	21229,7	49	—	—	—	—
Concimazione	17056,2	9	1895,13	18,16 *	2,12	2,88
Nei gruppi	4173,5	40	104,33	—	—	—
Totale	7773,77	49	—	—	—	—
Varietà-terreno	3477,83	5	695,56	7,12 *	2,42	3,45
Nei gruppi	4295,94	44	97,63	—	—	—

Questa tavola ci indica molto più chiaramente (della tavola (2)) il fenomeno; da essa infatti si ricava che nelle 50 vasche in esperimento sia il diverso trattamento di concimazione che la diversa varietà-terreno hanno influito notevolmente sul punteggio totale dato nello specchio riportato nel § Medie, poichè i valori di $F = 18{,}16$ ed $F = 7{,}12$ sono molto significativi (e per questo si è aggiunto il seguente asterisco *). Si ottiene pure, essendo $18{,}16 > 7{,}12$, il risultato già conosciuto che il fattore concimazione dà una variazione più marcata rispetto a quella dovuta alla varietà-terreno.

Tuttavia simili risultati si potevano ottenere anche dalla (2), ricavando la riga della discrepanza o errore (detto anche interazione) per differenza del totale dalle altre righe, e calcolando gli F rispetto alla variazione della discrepanza, come appare dalla tavola seguente:

Causa della variazione	Somme di quadrati	Gradi di libertà	Varianza	F trovato	F 0,05	F 0,01
Totale	24883,19	49	—	—	—	—
Varietà-terreno	3647,59	5	729,51	6,18 *	2,48	3,59
Concimazione	17109,43	9	1901,04	16,12 *	2,16	2,96
Errore (discrep.)	4126,17	35	117,89	—	—	—

dove $4126{,}17 = 24883{,}19 - 20757{,}01$;

$35 = 49 - 14$;

$117{,}89 = 4126{,}17 : 35$;

$6{,}18 = 729{,}51 : 117{,}89$;

$16{,}12 = 1901{,}04 : 117{,}89$.

c) Un esempio di calcolo alquanto simile al precedente si ha nella disposizione in un « q u a d r a t o l a t i n o » di n^2 valori ordinati in n file ed n colonne.

Il procedimento è illustrato dal seguente esempio (riportato da S n e d e c o r), nel quale i 25 valori (a_{ij} per $i = 1, 2 \ldots 5$ ed $j = 1, 2 \ldots 5$) sono ricavati dai prodotti di 25 piantagioni di miglio:

Colonne	FILE 1	2	3	4	5	Totale	Medie
1	a_{12} 257	a_{14} 245	a_{15} 182	a_{11} 203	a_{13} 231	a_{1j} 1118	223
2	a_{25} 230	a_{21} 283	a_{22} 252	a_{23} 204	a_{24} 271	a_{2j} 1240	248
3	a_{31} 279	a_{35} 245	a_{33} 280	a_{34} 227	a_{32} 266	a_{3j} 1297	259
4	a_{43} 287	a_{42} 280	a_{44} 246	a_{45} 193	a_{41} 334	a_{4j} 1340	268
5	a_{54} 202	a_{53} 260	a_{51} 250	a_{52} 259	a_{51} 338	a_{5j} 1309	261
Totale	1255	1313	1210	1086	1440	a_{ij} 6304	—
Medie	251,0	262,6	242,0	217,2	288,0	—	252
Totale	a_{i1} 1349	a_{i2} 1314	a_{i3} 1262	a_{i4} 1191	a_{i5} 1188	a_{ij} 6304	—
Medie	269,8	262,8	252,4	238,2	237,6	—	252

da questa tabella, che è la riproduzione fedele della disposizione delle piantagioni nel campo, secondo i 5 trattamenti, a_{i1}, a_{i2}, a_{i3}, a_{i4}, a_{i5}, si ricava:

Causa della variazione	Somme di quadrati	Gradi di libertà	Varianza	F trovato	F 0,05	F 0,01
Totale	36571	24	—	—	—	—
Fila	13601	4	3400	3,22	3,26	5,41
Colonna	6146	4	1536	1,45	3,26	5,41
Trattamento	4156	4	1039	—	3,26	5,41
Errore	12668	12	1056	—	—	—

dove:

Correzione = 1589 , 617 = $(6304)^2 : 25$.
Totale = 36571 = $(257)^2 + (230)^2 + \ldots + (334)^2 + (338)^2 - 1589 , 617$.
Fila = 13601 = $[(1255)^2 + \ldots + (1440)^2 : 5] - 1589 , 617$.
Colonna = 6146 = $[(1118)^2 + \ldots + (1309)^2 : 5] - 1589 , 617$.
Trattamento = 4156 = $[(1349)^2 + \ldots + (1188)^2 : 5] - 1589 , 617$.
Errore = 12668 = 36571 — 23903.
F = 3,22 = 3400 : 1056 ; ecc. ...

e si nota una lieve eterogeneità dei valori tra le file essendo 3,22 poco minore di 3,26 al livello del 5 %.

Nel caso che manchi qualche dato per formare il quadrato latino, il suo valore mancante A può essere calcolato dalla seguente formula:

$$A = \frac{n(F + C + T) - 2\Sigma a_{ij}}{(n-1)(n-2)}$$

dove n indica il numero delle file (o colonne o trattamento).

F la somma dei valori della fila mancante del dato.
C la somma dei valori della colonna mancante del dato.
T la somma dei valori che hanno lo stesso trattamento del dato mancante.
Σa_{ij} = la somma di tutti i valori senza il dato mancante.

Supposto ad es. che nell'esperimento precedente fosse mancante il dato a = 283; applicando la formula si ottiene:

$$A_{21} = \frac{5(1030 + 957 + 1066) - 2 \cdot 6021}{4 \cdot 3} = 268$$

Si noti che tale valore aspettato, così ricavato, ha appena uno scarto, dal valore osservato = 283, del 5,3 % (= 15:283).

d) Varianza con sottoclassi. Se in una ricerca si ignora che vi sia, od è accertato che realmente vi sia una interazione tra le variabili dell'esperimento, la discrepanza non può essere più considerata come errore, e si chiamerà interazione.

Questa, se è significativa, ci indicherà che l'effetto di una variabile non rimane sempre lo stesso ma dipende dall'altra variabile alla quale è collegata.

Identificando, al contrario, l'interazione con l'errore, come si è fatto nella varianza multipla, in alcuni esperimenti può capitare di non trovare la significanza d'una variabile, la cui significatività esisterebbe invece effettivamente.

Per maggiore chiarimento si espone un semplice esempio di un esperimento fittizio.

(1) Trattamenti	(2) Varietà	(3) Anni I	II	III	IV	Totale	Medie
Controllo (senza concime)	1	32,0	27,2	36,1	30,0	125,3	31,3
	2	30,5	29,1	37,0	30,2	126,8	31,7
	3	35,5	29,7	37,7	31,4	134,3	33,5
	Totale	98,0	86,0	110,8	91,6	386,4	32,2
K_2O	1	32,1	28,0	39,0	34,4	133,5	33,3
	2	30,3	28,8	41,5	37,2	137,8	34,4
	3	32,0	29,3	41,5	37,9	140,7	35,1
	Totale	94,4	86,1	122,0	109,5	412,0	34,3
Spazzature	1	39,1	32,0	46,0	41,5	158,6	39,6
	2	41,5	31,5	46,5	41,8	161,3	40,3
	3	42,0	32,5	47,5	43,2	165,2	41,3
	Totale	122,6	96,0	140,0	126,5	485,1	40,4
Chimico	1	40,1	38,1	50,5	47,2	175,9	43,9
	2	42,5	38,0	51,0	47,8	179,3	44,8
	3	42,4	39,0	51,5	48,1	181,0	45,2
	Totale	125,0	115,1	153,0	143,1	536,2	44,6
	Totale	440,0	383,2	525,8	470,7	1819,7	—
	Medie	36,6	31,9	43,8	39,2	—	37,9

In un primo momento non teniamo conto della colonna verticale (2), ed i calcoli procederanno facilmente così:

$$\text{Correzione} = \frac{(1819,7)^2}{48} = 68985,585$$

$$\text{Totale} = (32,0)^2 + (30,5)^2 + \ldots + (47,8)^2 + (48,1)^2 - C = 71204,49 - 68985,58 = 2218,91$$

$$\text{Trattamento} = \frac{(386,4)^2 + \ldots + (536,2)^2}{12} - C = 70156,78 - 68985,58 = 1171,20$$

$$\text{Anni} = \frac{(440,0)^2 + \ldots + (143,1)^2}{12} - C = 69872,19 - 68985,58 = 886,61$$

$$\text{Sottoclasse (tratt–anni)} = \frac{(98,0)^2 + (94,4)^2 + \ldots + (126,5)^2 + (143,1)^2}{3} -$$

$$- C = 71158,21\ 68985,58 = 2172,63.$$

Discrepanza–sottoclasse (= interazione del trattamento–anni) = 2172,63 — — (1171,20 + 886,61) = 114,82.

Errore = 2218,91 — 2172,63 = 46,28

(I denominatori delle frazioni rappresentano il numero dei termini che compongono ciascuna somma del numeratore, così ad es. 386,4 è la somma di 12 termini; 98,0 è la somma di tre termini).

Si ha quindi:

Causa della variazione	Somme di quadrati	Gradi di libertà	Varianza	F trovato	F 0,05	F 0,01
Totale	2218,91	47	—	—	—	—
Trattamento	1171,20	3	390,40	271,1	2,90	4,46
Anni	886,61	3	295,53	205,2	2,90	4,46
Interazione	114,82	9	12,75	8,8	2,19	3,01
Errore	46,28	32	1,44	—	—	—

I gradi di libertà dell'interazione si ottengono moltiplicando i gradi di libertà delle due variabili (cioè $3 \cdot 3 = 9$); i gradi di libertà dell'errore sono dati per differenza (cioè $47 - 15 = 32$).

Come si vede, nel nostro esempio, sono altamente significative le variazioni dovute al trattamento di concimazione, alla annualità ed alla interazione (cioè l'effetto del trattamento dipende anche dall'annualità e viceversa l'effetto dell'annualità dipende dal trattamento).

Se fosse stata trascurata l'interazione o fosse stata calcolata come errore, evidentemente le significanze delle variabili (trattamento e anni) si sarebbero abbassate, ed in un altro esperimento più critico si sarebbero potute entrambe od una delle due anche erroneamente annullare (avremo potuto cioè ottenere un risultato, non esatto, di F non significativi).

Nel nostro esempio i valori dati riempono tutte le caselle, ma se i numeri dei valori della sottoclasse sono proporzionali, o se solo qualche valore per un accidente qualsiasi manchi, allora potendosi ancora considerare valido il teorema delle somme di quadrati. il procedimento dell'analisi della varianza resterà invariato.

Infatti, ad es., se supponiamo cancellati i due valori 41,5 ed 40,1 del 1 anno, perchè, per ipotesi, mancanti, il calcolo si sarebbe svolto così:

Correzione: $\frac{(1738,1)^2}{56} = 65673,73.$

Totale: $(32,0)^2 + \ldots + (48,1)^2 - C = 2200,50.$

Trattamento: $\frac{(386,4)^2}{12} + \ldots + \frac{(496,1)^2}{11} - C = 1176,96.$

Anni $= \frac{(358,4)^2}{10} + \ldots + \frac{(470,7)^2}{12} - C = 910,19.$

Sottoclasse $= \frac{(98,0)^2}{3} + \ldots + \frac{(143,1)^2}{3} - C = 2158,51.$

Discrepanza $= 71,36$; Errore $= 41,99.$

e quindi:

Causa della variazione	Somme di quadrati	Gradi di libertà	Varianza	F trovato	F 0,05	F 0,01
Totale	2200,50	45	—	—	—	—
Trattamento	1176,96	3	392,32	2,82	2,92	4,51
Anni	910,19	3	303,39	2,18	2,92	4,51
Interazione	71,36	9	7,92	5,69	2,21	3,06
Errore	41,99	30	1,39	—	—	—

Tuttavia in alcuni casi è meglio di sostituire i dati mancanti con valori aspettati, comunque calcolati, o con valori di stima.

Ad es. un valore mancante in una casella può essere bene sostituito dalla media delle due medie, qualora queste siano significative, delle file che incrociano il dato mancante.

Oppure applicando la formula: $K = \frac{f \cdot F + c \cdot C - S}{(f-1)\cdot(c-1)}$ essendo

f = numero delle file

F = somma dei termini della fila mancante del dato

C = somma dei termini della colonna mancante del dato

c = numero delle colonne

S = somma di tutti i termini.

Così se supponiamo mancante nello specchio il valore 40,1 (del I anno), esso può essere sostituito da:

$$\frac{4 \cdot 399,9 + 12 \cdot 135,8 - 1779,6}{3 \cdot 11} = \frac{1449,6}{33} = 43,9$$

e tale valore differisce da 40,1 solo per il 9,4 %. Si avverte che sostituendo nella tabella il dato ottenuto dalla precedente formula, nell'analisi della varianza i gradi di libertà del totale e dell'errore devono diminuire di una unità (nel nostro esempio 44 e 29 anzichè 45 e 30).

In generale un esperimento, con numeri della sottoclasse diseguali o non proporzionali, si deve considerare come un modello da scartarsi per un'analisi molto accurata.

Ad ogni modo, per l'analisi della varianza, che seguirà subito, tutte le caselle dovranno essere riempite.

Pertanto, considerando la colonna (2), cioè ogni trattamento diviso in altri sottogruppi, (di tre varietà nel nostro esempio), il precedente calcolo deve essere così completato:

$$\text{Varietà} = \frac{(125{,}3 + 133{,}5 + 158{,}6 + 175{,}9)^2 + (126{,}8 + 137{,}8 + 161{,}3 + 179{,}3)^2 + (621{,}2)^2}{10} - C = 69010{,}08 - 68985{,}58 = 24{,}5.$$

$$\text{Sottoclasse (varietà–anni)} = \frac{(32{,}0 + 32{,}1 + 39{,}1 + 40{,}1)^2 + \ldots + (31{,}4 + 39{,}4 + 43{,}2 + 48{,}1)^2}{4} - 68985{,}58 = 913{,}27.$$

Discrepanza (= interazione varietà–anni) = 913,27 — (24,5 + 886,61) = = 2,16.

$$\text{Sottoclasse (varietà–tratt.)} = \frac{(125{,}3)^2 + \ldots + (181{,}0)^2}{4} - 68985{,}58 = = 1198{,}26$$

Discrepanza (= interaz. varietà–tratt.) = 1198,26 — (24,5 + 1171,2) = = 2,56.

Interazione (anni–tratt.–varietà) = 2218,91 — (1171,2 + 886,61 + + 24,5 + 114,82 + 2,56 + 2,16) = 17,06.

Riepilogando si ha quindi:

Causa della variazione	Somme di quadrati	Gradi di libertà	Varianza	*F* trovato	*F* 0,05	*F* 0,01
Totale	2218,91	47	—	—	—	—
Trattamento	1171,20	3	390,40	415,3	3,16	5,09
Anni	886,61	3	295,53	314,3	3,16	5,09
Varietà	24,50	2	12,25	13,03	3,55	6,01
Tratt.–anni	114,82	9	12,75	13,56	2,46	3,60
Tratt.–varietà	2,56	6	0,42	0,44	—	—
Anni–varietà	2,16	6	0,36	0,38	—	—
Anni–tratt.–var.	17,06	18	0,94	—	—	—

I gradi di libertà degli anni–tratt.–varietà si calcolano moltiplicando i gradi di libertà degli anni, tratt., varietà (cioè $3 \cdot 3 \cdot 2 = 18$) oppure per differenza ($47 - 29 = 18$). La discrepanza del 2° ordine o interazione anni tratt.–varietà misura la mancanza o difetto della discrepanza anni–tratt. di essere la stessa in più varietà, opp. della discrepanza anni–varietà ad essere la stessa nei vari trattamenti, opp. della discrepanza tratt.–varietà ad essere la stessa nei diversi anni.

La significanza del tratt.–anni sta ad indicare il difetto delle differenze tra i trattamenti ad essere eguali nei vari anni oppure il difetto delle differenze tra gli anni ad essere uniformi nei diversi trattamenti.

Le discrepanze del 1° ordine tratt.–varietà e anni–varietà non risultano significative. Tuttavia è bene di includere anch'esse per trovare le significanze delle variazioni trattamento, anni e varietà. Si ha perciò:

$$\text{errore varianza tratt.} = \frac{114{,}82 + 2{,}56 + 17{,}06}{9 + 6 + 18} = 4{,}07$$

$$\text{errore varianza varietà} = \frac{2{,}56 + 2{,}16 + 17{,}06}{6 + 6 + 18} = 0{,}72$$

$$\text{errore varianza anni} = \frac{114{,}82 + 2{,}16 + 17{,}06}{9 + 6 + 18} = 4{,}06$$

Pertanto si ha per il trattamento: F (trovato) $= \frac{390{,}40}{4{,}07} = 95{,}9$ per la variazione dovuta agli anni: F (trovato) $= \frac{295{,}53}{4{,}06} = 72{,}7$ per la varietà: $F = \frac{12{,}25}{0{,}72} = 17{,}0$.

Confrontando questi valori con quelli della tavola di Snedecor (a pag. LXI) nei rispettivi gradi di libertà 3-33; 3–33; 2–30, si ottengono per tutti gli F valori significativi. Ciò sta ad indicare che nel nostro esempio le variazioni trattamento, anni e varietà, in ogni caso e senza alcun dubbio di rischio, sono altamente significativi ed in ordine decrescente di probabilità, essendo $95{,}9 > 72{,}7 > 17$.

È evidente che l'analisi della varianza di quest'ultimo esempio può essere seguita per altri esperimenti, dove le cause della variazione siano differenti da quelli usati nel nostro caso e dove i valori sperimentali dati formino dei parallelopipedi (o in particolare cubi) di numeri di dimensioni maggiori o minori del nostro esempio, che è (un parallelopipedo) composto di 4 trattamenti, 4 anni e 3 varietà.

16. – Covarianza

Un'estensione dell'analisi della varianza si ha con la covarianza, che allargando i metodi della correlazione e della regressione, tende a ridurre i dati sperimentali con due (o più) grandezze variabili distribuite in gruppi.

Mentre nel § precedente si è considerata una sola grandezza X sottoposta ad una o più variabili (trattamento, varietà, ecc...) in questo tratteremo due serie corrispondenti di grandezze X ed Y, influenzate sia da una che da due variabili agenti in direzione tra loro ortogonali.

Prendiamo, ad es., il seguente generico e semplice esperimento fittizio, dove abbiamo 4 tipi di concimi (1 = minerale, 2 = stallatico, ecc...) con le diverse quantità di elementi fertilizzanti X ed i corrispondenti valori Y (che possono essere ad es. quantità di prodotto o percentuali di proteine nel prodotto ecc...):

Tabella I

(1)	I		II		III		IV		Σ		$\Sigma (X_i)^2$	$\Sigma (Y_i)^2$	$\Sigma X_i Y_i$
	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y			
1	5,0	14	10	13	10,0	10	7,4	10	32,4	47	279,76	565	374
2	8,1	17	9,5	10	7,4	11	10,0	13	35,0	51	310,62	679	444
3	7,4	19	9,8	12	5,5	9	12,0	14	34,7	54	325,05	782	475
4	8,8	15	8.0	11	11,0	14	10,0	15	37,8	55	362,44	767	524
5	8,0	21	10	12	9,5	11	8,2	15	35,7	59	321,49	931	515
6	10,0	25	7,4	13	8,3	11	10,0	17	35,7	66	323,65	1204	607
7	6,1	15	9,0	14	8,6	11	11,0	17	34,7	57	313,17	831	499
8	7,2	17	5,0	12	9,2	12	11,0	18	32,4	59	282,48	901	490
Σ	60,6	143	68,7	97	69,5	89	79,6	119	278,4	448	—	—	—
Medie	7,57	17,8	8,59	12,1	8,68	11,1	9,95	14,8	8,70	14	—	—	—
$\Sigma (X_i)^2$	475,86		611,05		623,75		808,00		—		2518,66	—	—
$\Sigma (Y_i)^2$	2651		1187,00		1005,00		1817		—		—	6660	—
$\Sigma (X_i Y_i)$	1112,2		832,80		785,60		1200		—		—	—	3930,7

Dapprima non teniamo conto della colonna (1) e facciamo l'analisi della varianza per la grandezza Y:

$$\text{Correzione} = \frac{(\Sigma y_i)^2}{n} = \frac{(448)^2}{32} = 6272$$

$$\text{Totale} = \Sigma (y_i^2) - C = 6660 - 6272 = 388.$$

$$\text{Tra i gruppi} = \frac{(143)^2 + \ldots + (119)^2}{8} - C = 6492{,}5 - 6272 = 220{,}5.$$

Per cui:

Causa della variazione	Somma di quadrati	Gradi di libertà	Varianza	F trovato	F 00,5	F 00,1
Totale	388	31	—	—	—	—
Tipo	220,5	3	73,5	12,2	2,9	4,5
Nei gruppi (= errore)	167,5	28	5,98	—	—	—

E si ricava che le varie specie di concimazione producono delle differenze significative tra gli Y_i. Ma se vogliamo conoscere come sono gli y_i condizionati dagli x_i, dobbiamo fare la seguente analisi della covarianza.

Si completano i calcoli col trovare il totale ed i gruppi (= specie) per x e per xy:

$$\text{Correzioni:} \begin{cases} \dfrac{(278,4)^2}{32} = 2422,08 \\ \dfrac{(278,4)\ (448)}{32} = 3897,60 \end{cases}$$

$$\text{Totali:} \begin{cases} 2518,66 - 2422,08 = 96,58 \\ 3930,7 - 3897,60 = 33,1 \end{cases}$$

$$\text{Tra i gruppi:} \begin{cases} \dfrac{(60,6)^2 + \ldots + (79,6)^2}{8} - 2422,08 = 22,72 \\ \dfrac{(60,6)\ (143) + \ldots + (79,6)\ (119)}{8} - 3897,6 = 24,15. \end{cases}$$

e si ha:

Tabella II

Causa della variazione	Somme quadrati e prodotti (1)	(2)	(3)	Gr. lib.	Errori di stima: Somme quadratii (4)	Gr. lib. (5)	Covar. (6)	F trovato
Totale	96,58	33,10	388	31	376,66	30	—	—
Tipo	22,72	— 24,15	220,5	3	—	—	—	—
Errore	73,86	57,25	167,5	28	123,13	27	4,56	—
			Linea di significanza		253,53	3	84,51	18,53

La colonna (4) si calcola sottraendo dalla colonna (3) il quadrato della colonna (2) diviso il valore della colonna (1). La colonna (6) è data dal rapporto della colonna (4) con la (5).

La linea della significanza si ottiene sottraendo la linea del totale con quella dell'errore.

L'F è dato da 84,51: 4,56 ed è molto significativo, cioè la quantità di elemento fertilizzante, che si ricava dal titolo del concime somministrato, non spiega completamente le differenze che troviamo negli Y tra le colonne I, II, III, IV, cioè l'elemento fertilizzante del concime non è egualmente assimilato dalle piante, poichè nel nostro caso anche a parità di elementi fertilizzanti avremmo avuto delle differenze tra gli Y causate dai diversi tipi di concimi usati, differentemente assimilati.

Con la sola analisi della varianza pertanto non avremmo potuto stabilire se tali differenze, che dipendono in grande parte dalla quantità di elementi assimilabili, dovessero essere attribuiti al tipo (cioè qualità) o alla quantità dell'elemento fertilizzante.

Proseguendo l'analisi della covarianza e considerando ciascuna delle 4 file, si ha per la prima fila:

$$\text{Correzioni:} \quad \begin{cases} \dfrac{(60{,}6)^2}{8} = 459{,}04 \\ \dfrac{(60{,}6)\,(143)}{8} = 1083{,}22 \\ \dfrac{(143)^2}{8} = 2556{,}12 \end{cases}$$

$$\text{Totali:} \quad \begin{cases} 475{,}86 - 459{,}04 = 16{,}82 \\ 1112{,}2 - 1083{,}22 = 28{,}98 \\ 2651 - 2556{,}12 = 94{,}88 \end{cases}$$

ed operando egualmente per le altre 3 file si ottiene:

Tipi	Somme quadrati e prodotti			Gradi libertà	r	b	Errori di stima	
	(1)	(2)	(3)		(4)	(5)	Somme quadrati (6)	Gradi libertà (7)
I	16,82	28,98	94,88	7	0,72	1,72	44,95	6
II	21,09	— 0,18	10,88	7	— 0,01	— 0,008	10,88	6
III	19,97	12,52	14,88	7	0,72	0,62	7,04	6
IV	15,98	15,95	46,88	7	0,58	0,99	30,96	6
Σ	73,86	57,27	167,52	28	0,51	0,77	123,12	24

Si noti che per verificare l'esattezza dei calcoli, i valori delle colonne (1), (2), (3), (6) della riga di Σ, devono coincidere con quelli della riga dell'errore della tabella precedente.

Nella colonna (4) vi sono i coefficienti di correlazione $r = \frac{(2)}{\sqrt{(\ )\,(1)}}$ per ogni linea. Il coefficiente di regressione b (della colonna (5)) si ottiene da $\frac{(2)}{(1)}$; le somme di quadrati [colonna (6)], da: $(3) - \frac{(2)^2}{(1)}$. Il valore 123,1 è stato ottenuto da: $167{,}52 - \frac{(57{,}27)^2}{73{,}80}$; facendo invece la somma delle somme di quadrati delle quattro linee si ottiene 93,83.

Analizzando tali errori di stima si ottiene:

Causa della variazione	Errori di stima			F trovato	F 0,05
	Somme quadrati	Gradi libertà	Covar.		
Deviazione dalla regressione media dentro le file	123,1	27	—	—	—
Deviazione dalla regressione di ciascuna fila	93,8	24	3,90	—	—
Differenza tra le regressioni delle file	29,3	3	9,76	2,50	3,01

Abbiamo così ottenuto un altro risultato e cioè la significanza o no delle differenze tra i coefficienti di regressione delle file.

Infatti poichè 9,76 pure essendo maggiore di 3,90 (considerato come errore sperimentale) non è significativo, possiamo considerare le regressioni di ciascuna fila come ricavate da una comune popolazione omogenea.

Si conclude perciò che possiamo considerare il valore della covarianza 4,56 come errore di stima, la media dei coefficienti di correlazione 0,51 come un valore esatto, e il coefficiente di regressione media 0,77 come un valore efficace e utilizzabile, poichè, come si è detto, le differenze dei coefficienti di regressione delle singole file non risultano significative.

Abbiamo così appreso che le 4 equazioni di regressione:

$$\begin{cases} Y = 17{,}8 + 1{,}72\ (X - 7{,}57) \\ Y = 12{,}1 - 0{,}008\ (X - 8{,}58) \\ Y = 11{,}1 + 0{,}62\ (X - 8{,}68) \\ Y = 14{,}8 + 0{,}99\ (X - 9{,}95) \end{cases}$$

le cui inclinazioni non essendo significative, possono essere sostituite dalla $Y = 14 + 0{,}77\ (X - 8{,}7)$, (con trascurabile riserva), che inoltre deviano in modo significativo dalla linea rappresentata da quest'ultima equazione i 4 punti:

$$(7{,}57 - 17{,}8)\ ,\ (8{,}58 - 12{,}1)\ ,\ (8{,}68 - 11{,}1)\ ,\ (9{,}95 - 14{,}8)$$

(ved. tabella I di questo §), e che le singole somme degli X (cioè 60,6 — 68,7 — 69,5 — 79,6) non spiegano completamente le rispettive somme degli Y.

Finora abbiamo ottenuto il coefficiente di regressione (= 0,51) e l'equazione di regressione [$Y = 14 + 0{,}77\ (X - 8{,}7)$], calcolati dentro le file; se invece teniamo solo conto delle somme dei valori di ciascuna fila si ottiene: (ved. tav. II):

$$r = \frac{-24{,}15}{22{,}72 \cdot 220{,}5} = -0{,}34 \qquad b = \frac{-24{,}15}{22{,}72} = -1{,}06$$

Somme di quadrati di errori di stima: $220{,}5 - \frac{(24{,}15)^2}{22{,}72} = 194{,}83$.

Equazione di regressione per i valori medi delle file: $14 + 1{,}06\,(X - 8{,}7)$.

Facendo l'analisi degli errori di stima dalle regressioni, si ha (ved. tabella II):

Causa della variazione	Somme di quadrati	Gradi libertà	Covarianza	F trovato	F 0,01
Totale	376,66	30	—	—	—
Media delle file	194,83	2	97,41	21,3	5,49
Media dentro le file (Errore)	123,13	27	4,56	—	—
Resto	58,70	1	58,70	12,8	7,68

Essendo $F = 21{,}3$ molto significativo, si deduce che le medie delle file seguono meglio l'equazione $Y = 14 + 0{,}77\ (X - 8{,}7)$ piuttosto che $Y = 14 + 1{,}06\ (X - 8{,}7)$ e che non si nota quindi alcuna tendenza nei valori medi degli Y delle file.

Se l'F della media delle file non fosse stato significativo, la significanza del resto, che rappresenta la differenza dei coefficienti delle due regressioni (0,77 ed 1,06), ci avrebbe indicato che ciascun Y dentro le file seguirebbe una inclinazione o tendenza differente da quella dei valori medi delle file.

Consideriamo ora nella tab. I la colonna (1) che ad es. può rappresentare 8 varietà. Può interessare di calcolare l'analisi della varianza per la grandezza X:

Causa della variazione	Somme di quadrati	Gradi di libertà	Varianza	F trovato	F 0,05
Totale	96,58	31	—	—	—
Tipo	22,72	3	7,57	2,32	3,07
Varietà	5,55	7	0,79	—	—
Errore	68,31	21	3,25	—	—

e per la grandezza Y:

Causa della variazione	Somme di quadrati	Gradi di libertà	Varianza	F trovato	F 0,05	F 0,01
Totale	388,0	31	—	—	—	—
Tipo	220,5	3	73,5	14,1	3,07	4,87
Varietà	57,5	7	8,2	1,5	2,49	3,65
Errore	110,0	21	5,2	—	—	—

In definitiva risulta soltanto il tipo di concimazione significativo per la grandezza Y.

L'analisi della covarianza ci dà (ved. tabella II):

Causa della variazione	Somme quadrati e prodotti			Gradi liber.	Errori di stima			F trov.	F 0,05
					Somme quadrati	Gradi liber.	Covar.		
Totale	96,58	33,10	388	31	—	—	—	—	—
Tipo	22,72	— 24,15	220,5	3	—	—	—	—	—
Varietà	5,55	5,55	57,5	7	—	—	—	—	—
Errore	68,31	51,70	110,0	21	70,88	20	3,54	—	—
Err. + tipo	91,03	27,55	330,5	24	322,17	23	—	—	—
Err. + varie	73,86	57,25	167,5	28	123,13	27	—	—	—
Linea di significanza:			tipo		251,29	3	83,76	23,6	3,1
			varietà		52,25	7	7,46	2,1	2,5

In questa tavola $251{,}29 = 322{,}17 - 70{,}88$; $52{,}25 = 123{,}13 - 70{,}88$; F (tipo) : $\frac{83{,}76}{3{,}54} = 23{,}6$ è significativo; F (varietà) $7{,}46 : 3{,}54 = 2{,}1$ non è significativo; gli altri valori sono stati ricavati secondo procedimenti già esposti.

In questo caso abbiamo ricavato due totali (322,17 ed 123,13) giacchè, a differenza del caso precedente, si hanno due variabili (tipo e varietà).

Coll'analisi della covarianza troviamo l'effetto delle due variabili (tipo e varietà) sugli y in base ad uno stesso valore comune della X.

Coll'analisi della varianza abbiamo ottenuto che gli x potevano considerarsi di essere stati ricavati da una popolazione omogenea, e che le differenze tra gli y erano dovuti al tipo di concime.

Coll'analisi della covarianza si precisa che neppure le varietà differiscono significatamente col tipo di concime, cioè che le differenze non sono dovute all'effetto del tipo con la varietà ma completamente al tipo di concime.

Se nell'analisi della covarianza avessimo ottenuto per il tipo una non significanza, avremmo concluso che gli y sono influenzati dal tipo di concime, ma che tale risultato è piuttosto dovuto all'effetto del tipo nella varietà che agli x.

Anche con la disposizione del « quadrato latino » si può fare l'analisi della convarianza.

Riprendendo lo stesso esempio riportato nel § Varianza, e completandolo col seguente specchio dei valori degli x:

Colonna	File 1	2	3	4	5	Totale	$\Sigma (X_j)^2$	$\Sigma (Y_j)^2$	$\Sigma X_j Y_j$
1	a_{12} 3,77	a_{14} 4,03	a_{15} 4,02	a_{11} 2,60	a_{13} 3,83	18,25	68,04	253768	4100,41
2	a_{25} 4,02	a_{21} 3,00	a_{22} 3,00	a_{23} 4,33	a_{24} 4,03	18,38	69,15	311550	4505,05
3	a_{31} 3,50	a_{35} 5,37	a_{33} 3,02	a_{34} 3,30	a_{32} 4,00	19,19	77,09	338551	4950,85
4	a_{43} 3,97	a_{42} 4,02	a_{44} 3,73	a_{45} 3,33	a_{41} 2,47	17,52	63,02	370090	4650,24
5	a_{54} 3,60	a_{53} 3,60	a_{51} 2,90	a_{52} 3,33	a_{55} 5,53	19,90	75,99	352229	5119,81
Totale	18,86	20,02	16,67	16,89	19,86	92,30	—	—	—
$\Sigma (X_i)^2$	71,34	83,19	56,60	58,57	83,59	—	353,31	—	—
$\Sigma (Y_i)^2$	319963	346139	298044	238684	423358	—	—	1626188	—
$\Sigma (X_i Y_i)$	4736,58	5213,60	3975,82	3665,38	5734,98	—	—	—	23326,36
Totale	a_{i1} 14,47	a_{i2} 18,12	a_{i3} 18,75	a_{i4} 18,69	a_{i5} 22,27	92,30	—	—	—

si ha la seguente analisi della covarianza:

Causa della variazione	Somme quadrati e prodotti			Gradi liber.	Errori di stima: Somme quadrati	Gradi liber.	Covar.	F trov.
Totale	12,5428	51,99	36571,36	24	36355,86	23	—	—
Fila	2,0445	139,07	13601,36	4	4141,61	3	—	—
Colonna	0,3434	1,54	6146,10	4	6139,25	3	—	—
Trattamento	6,1378	— 132,62	4156,56	4	1291,03	3	—	—
Errore	4,0171	44,00	12667,28	12	12185,34	11	1107,8	—
Tratt. + err.	10,1549	— 88,62	16823,84	16	16050,47	15	—	—
Linea di significanza del trattamento:					3865,13	4	966,3	0,87

Avendo voluto, nel nostro caso, conoscere se le x influenzano i valori delle y, si è ricavato, essendo 0,87 non significativo, che i prodotti y non sono regolati dagli X per i 5 trattamenti.

Si può proseguire l'analisi con i procedimenti già esposti.

17. – Appendice: uso delle tavole

Con le tavole aritmetiche, generalmente, si calcolano immediatamente i quadrati, i cubi, le radici quadrate, le radici cubiche, gli inversi, le circonferenze e le aree (dei cerchi di diametro n), i logaritmi e i fattori primi dei numeri da 1 a 1000.

Si consiglia di adoperare le «Tavole aritmetiche di uso frequente», del Prof. Rosario Federico (28ª ristampa, Torino, S. Lattes & C. editori, 1947).

Le suddette tavole sono anche applicabili immediatamente per tutti i numeri decimali quando il numero costituito dalle cifre significative non supera 1000; in tal caso si cerca nelle tavole il valore del complesso delle cifre significative supposto come numero intero, e quindi si sposta la virgola a sinistra e opportunamente di tanti posti, da determinarsi nel caso considerato.

Ad es., facendo uso della parte III del suddetto manuale, la misura della circonferenza di 24,7 cm. di raggio si ricava separando a sinistra una cifra con la virgola e si ottiene il valore 77,60 cm. (colonna 8); l'area del cerchio di diametro 56,1 metri si ha separando due cifre: 2471,81 m^2 (colonna 9); il volume di un cubo di m. 0,52 di lato è dato da 0,140608 m^3. (colonna 3).

Per la radice quadrata occorre che i decimali del radicando abbiano un numero pari di cifre o siano resi pari coll'aggiunta di uno zero; si cerca quindi nella tavola il corrispondente numero (compreso lo zero aggiunto) e si sposterà la virgola a sinistra della radice trovata (nella colonna 4) di tanti posti quanto è il numero dei decimali diviso per due.

Es. I) $\sqrt{0,0429} = 0,207123$ avendo trovato nella tavola $\sqrt{429} = 20,7123$; II) $\sqrt{0,00.00.8} = 0,0089443$ (nella tavola $\sqrt{80} = 8,9443$); III) $\sqrt{0,00.82.26.48} =$ $= 0,09054$ essendo nella tavola $\sqrt{82} = 9,0554$; per avere maggiore approssimazione si cercano nelle tavole i quadrati di 905, 906, 907. Poichè il quadrato di quest'ultimo (= 822649) è più vicino a 822648 si ha con migliore approssimazione $\sqrt{0,00.82.26.48} = 0,0907$.

Per la radice cubica occorre che il numero dei decimali sia divisibile per tre, coll'aggiunta quindi di uno o due zeri; nel corrispondente numero trovato si sposterà la virgola di tanti posti quanto è il numero delle cifre decimali diviso per tre. Es. $\sqrt[3]{0,00052} = 0,080415$ avendo trovato $\sqrt[3]{520} =$ $= 8,0415$. Anche la radice cubica, quando il radicando supera il valore 1000

può essere calcolata con migliore approssimazione cercando nella colonna 3 dei cubi il numero più vicino al dato. Sia per la radice quadrata che per la radice cubica si può inoltre usare il metodo dell'interpolazione, quando il valore significativo del radicando supera 1000, per ottenere una buona approssimazione, come appare dal seguente es.:

$$\sqrt{5,7548} = 0,1\ \sqrt{575,48} = 0,1\ [\sqrt{575} + 0,48\ (\sqrt{576} - \sqrt{575})] = 2,39818.$$

Per determinare la radice quadrata a meno di $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{10^2}$, $\frac{1}{10^3}$ · · · · · · di una frazione qualunque si moltiplica la frazione per 10^2, 10^4, 10^6 · · · e dalla parte intera della frazione ottenuta si estrae la radice quadrata, separando a destra, mediante la virgola: 1, 2, 3 · · · cifre decimali.

Es. la radice quadrata di $\frac{2}{7}$ a meno di $\frac{1}{10^3}$ è data da $\sqrt[0,001]{\frac{2}{7}} =$

$$= 10^{-3} \sqrt{\frac{2}{7} \cdot 10^6} = 10^{-3} \sqrt{\frac{2000000}{7}} = 10^{-3} \sqrt{285714} = 0,534.$$

Dati due numeri reali c_1 ed c_2, con le parti intere di r ed s cifre rispettivamente, si ottiene la loro somma od il loro prodotto, con un valore decimale approssimato a meno di $\frac{1}{10^n}$, addizionando i due suoi valori (approssimati per difetto) con $n + 1$ cifre decimali ciascuno, o moltiplicando i valori (approssimati per difetto) di c_1 e c_2, rispettivamente con $n + 1 + r$ ed $n + 1 + s$ cifre decimali.

Oltre ad essere riportate (nel sopracitato manuale) le potenze dalla 4ª alla 8ª dei primi 99 numeri, troviamo la scomposizione in fattori primi ed i reciproci moltiplicati per 1000 dei numeri da 1 a 999; se il numero dato è decimale, come spesso capita, si cercherà, nella colonna (6), il reciproco dello stesso numero tolta la virgola, ed in esso si sposterà poi la virgola a destra di tanti posti quante sono le cifre decimali meno tre, ad es. $\frac{1}{0,0213} = 4,69484 \cdot \left(\frac{10.000}{1.000}\right) = 46,9484.$

Le tavole (parte I) ci dànno pure la mantissa del logaritmo di un numero intero o decimale, le cui cifre significative non superino 1.000; si userà altrimenti il metodo dell'interpolazione secondo l'esempio seguente: log. 68,24 = log. 68,2 + 0,4 (log. 68,2 — log. 68,1) = 1,8338 + 0,4 (1,8338 — — 1,8331) = 1,8338 + 0,00028 = 1,83408.

Per ricavare il numero corrispondente ad un dato logaritmo (ad esempio 1,7288) si cercano nella tavola le mantisse più vicine, una in difetto e l'altra in eccesso (cioè 7284 ed 7292) che corrispondono ai numeri (535 ed 536) della tavola e si ha pertanto: $535 + \frac{7288 - 7284}{7292 - 7284} = 535 + \frac{1}{2} = 535,5$ perciò la caratteristica del logaritmo corrisponde ad un numero che, nel nostro caso, è di due cifre intere, (e precisamente 1,7288 = log. 53,55).

RIASSUNTO

Il lavoro, svolto in 17 paragrafi come indicato nell'indice, può virtualmente dividersi in tre parti principali.

Nella prima, rappresentata dai paragrafi 1, 2 e 3 (inclusa anche la premessa), sono stati esposti: 1) l'utilità delle applicazioni dei calcoli statistici nella sperimentazione agraria; 2) le norme fondamentali di cui si occupa la branca della matematica detta statistica; 3) i vari risultati ai quali conduce la collaborazione di tale disciplina nelle esperienze agrarie; 4) le principali formule e funzioni algebriche che potranno servire per eseguire le operazioni statistiche.

La seconda parte comprende le più importanti nozioni di metodologia biometrica per le osservazioni sia in pieno campo che in laboratorio, svolte, in generale, secondo un ordine di progressività, sviluppo e connessione, e in forma concisa, ma rese chiare soprattutto da uniti esempi di opportuni esperimenti, spesso fittizzi, che agevolano l'intelligibilità dei procedimenti.

Nell'ultima parte si è trattato della significanza della differenza delle medie di gruppi di osservazioni, principalmente in pieno campo, e cioè della « varianza e covarianza » dei fattori variabili che esplicano influenza sui dati stessi; fa seguito una piccola appendice per agevolare e ricordare alcune semplici regole, nell'uso delle tavole, necessarie per alcune operazioni statistiche.

SUMMARY

FUNDAMENTAL STATISTICAL CALCULI AND THEIR APPLICATION IN AGRICULTURAL RESEARCHES

by Salvatore Di Prima

The work can actually be divided in three main parts.

In the first one the author reports and discusses: (1) the usefulness of the application of statistical methods to agricultural research; (2) the basic rules which statistics deal with; (3) the different results which are obtained by the application of this science; (4) the fundamental formulae and the algebric equations which may be needed for the statistical calculations.

In the second part the author expounds themo re important biometric methods to be used in the field and in the laboratory and for their better understanding some examples are reported.

The last part deals with the meaning of the differences of average values obtained in groups of observations and which influence the results.

PICCOLA BIBLIOGRAFIA

(1) Tippet, L. H. C. The methods of statistics. London, Williams & Norgate, Ltd., 1931.

(2) Fischer, R. A. Statistical methods for research workers. 3rd edition. Edinburgh, Oliver and Boyd, 1930.

(3) Snedecor, George W. Statistical methods. Ames, Iowa, Collegiate Presss, Inc., 1938.

(4) Bowley, Arthur A. Elements of statistics. Sixth edition. London, 1946.

(5) Niceforo, Alfredo. Il metodo statistico: teoria ed applicazioni alle scienze naturali, alle scienze sociali, all'arte. Messina, Casa editrice G. Principato, 1934.

(6) Barbensi, Gustavo. Elementi di metodologia biometrica. Firenze, Ditta editrice Luigi Nicolai, 1940.

(7) Tchebycheff, P. Sur l'interpolation par la méthode des moindres carrés. Mém. de l'Acad. des Sciences de St.-Petersbourg, 1859.

(8) Castelnuovo, Guido. Calcolo delle probabilità. Vol. I, ed. III. Bologna, Nicola Zanichelli, editore, 1947.

(9) Cassinis, Gino. Calcoli numerici e grafici. Pisa, Mariotti Pacini, 1928.

(10) Boldrini, M. Biometria. Padova, 1927.

(11) Vinci, F. Manuale di statistica. II. Bologna, 1934.

STAZIONE SPERIMENTALE DI MAISCOLTURA
(Direttore: Luigi Fenaroli)
BERGAMO

Luigi Fenaroli

IL SERVIZIO D'INTRODUZIONE DI PIANTE E SEMI NEGLI STATI UNITI D'AMERICA E L'OPPORTUNITÀ DI UN'ANALOGA INIZIATIVA IN ITALIA

Uno dei problemi che più vivamente ha richiamato la mia attenzione durante il viaggio di studi effettuato, nel 1946, negli Stati Uniti d'America, è stato quello dell'organizzazione del servizio americano di introduzione piante e semi. I contatti avuti, in specie col dott. B. Y. Morrison, attuale direttore del servizio, e le esperienze acquisite in quell'occasione mi hanno vieppiù convinto, ove fosse stato necessario, della notevole importanza e del beneficio che ne deriverebbe alla nostra economia se un analogo servizio venisse istituito nel nostro Paese, nella sua più logica sede che è il Ministero dell'Agricoltura e delle Foreste.

Negli Stati Uniti d'America la creazione di questo servizio risale agli ultimi anni del secolo scorso e, attraverso le innumeri difficoltà e diffidenze che caratterizzano il primo sorgere e affermarsi di qualsiasi iniziativa in qualsiasi paese, esso si è ora affermato su solide basi, forte degli enormi vantaggi che ha recato all'economia nordamericana, rivoluzionando talora l'agricoltura di interi Stati della Federazione. Alla sua storia sono legati i nomi di Fairchild, Meyer, Aaronsohn, Rock, Popenoe, Dorsett, Galloway, Allison Armour e di molti altri che esplorarono tutti i paesi del mondo riportando preziose collezioni di semi, di talee e di piante delle quali è precisa e circostanziata documentazione nella ormai rara collezione dei 210 numeri di *Plant Immigrants*, un modesto e prezioso bollettino poligrafato che il Fairchild ha pubblicato fra il 1908 e il 1924, e successivamente nei più moderni *Plant Inventories* (oltre 130 numeri) tuttora periodicamente editi dal Bureau of Plant Industry.

Il modesto Bureau of Seed and Plant Introduction, impiantato nel 1899 dal Fairchild, divenne col tempo l'Office of Foreign Plant Introduction e attualmente è assunto al più appropriato e decoroso rango di Division of Plant Exploration and Introduction.

La storia di questo servizio è in prevalenza storia di avventurosi viaggi d'esplorazione, di ricerche pazienti e di scoperte affascinanti, spesso addirittura romanzo e come tale ha fornito materia inesauribile a quell'avvincente libro *The world as my garden* che il F a i r c h i l d ha recentemente pubblicato (1945) e che nessun botanico–agrario dovrebbe trascurare di leggere per propria istruzione e profitto non disgiunti da spirituale diletto.

L'introduzione delle piante esotiche è uno dei capitoli più suggestivi della storia del progresso umano ed è documentata in ogni tempo da affermazioni di grande rilievo, anche se il più delle volte ignorate dal gran pubblico che pure ne ritrae quotidiani vantaggi. Basti pensare fra le tante acquisizioni del nostro ambiente ad alcune delle piante che sono divenute tanto comuni e familiari agli occhi di tutti noi che solo con un certo sforzo mentale possiamo riconoscerle come esotiche, avendo perso quel fascino d'insolito, di eccezionale che generalmente si ritiene debba accompagnarsi al nome di esotico, così la patata, il mais, la robinia, ecc., per non citare che alcuni dei casi più appariscenti. Il ritmo delle introduzioni e delle acclimitazioni è stato attivo e intenso in ogni tempo anche in Italia e chiunque può trovare una preziosa fonte di notizie storiche nell'accurata *Cronologia della flora italiana* di S a c c a r d o *, mentre in forma concreta ne testimoniano i risultati spesso brillanti conseguiti dalle stazioni sperimentali agrarie. Così cereali e fruttiferi nelle razze oggi coltivate hanno tratto, da lontani ed esotici parenti, nuovi caratteri di pregio e di resistenza; così eucalipti, acacie, conifere esotiche vanno felicemente inserendosi nella nostra selvicoltura modificandone talora sostanzialmente gli aspetti; così i pioppi nordamericani hanno profondamente trasformato la nostra pioppicoltura di reddito e infiniti altri esempi potrebbero essere addotti per ogni categoria di piante economiche, dalle foraggere alle industriali, dalle ortensi alle ornamentali.

In contrapposto anche il nostro Paese, ricco di pregevoli entità proprie, specie nel campo degli ortaggi, ha contribuito in misura non trascurabile nell'arricchire la flora economica di altri paesi. È evidente che in questo processo di interscambi, di introduzioni e di cessioni, le più favorevoli condizioni di successo sono da ricercarsi fra i paesi che presentano il maggior grado di analogie agro-climatiche e a tal fine merita di essere ricordata qui l'attività dell'American Institute of Crop Ecology, un'organizzazione di ricerche dedita ai problemi dell'introduzione e dell'acclimatazione delle piante, della quale A l f a n i ha recentemente illustrato il funzionamento e gli scopi (cfr. *L'Italia Agricola*, febbraio 1947); per opera di questo istituto, diretto da M. Y. N u t t o n s o n , è già stata pubblicata una buona serie

---

* Saccardo, P. A. Cronologia della flora italiana, ossia repertorio sistematico delle più antiche date e autori del rinvenimento delle piante (fanerogame e pteridofite) indigene, naturalizzate e avventizie d'Italia e della introduzione di quelle esotiche più comunemente coltivate fra noi. Padova, 1909.

di studi ecologici comparati che mettono in chiara evidenza le analogie agroclimatiche fra i singoli paesi considerati e il Nordamerica.

In occasione del viaggio di studi compiuto negli Stati Uniti d'America non ho mancato di rivolgere l'attenzione, ogni qualvolta se ne presentasse la opportunità, alle piante economiche colà coltivate, intento a ricercare specie o varietà o razze colturali che per quanto mi fosse dato di sapere fossero ignorate in Italia e presumessi potessero essere introdotte con qualche probabilità di successo ad arricchimento della nostra flora economica.

Così nell'ambito delle specie, sia spontanee nell'ambiente americano, sia ivi introdotte da altri paesi, rivolsi particolare attenzione al *Rhamnus purshiana* degli Stati occidentali, alle *Brassica chinensis* e *B. pekinensis* introdotte con notevole successo dall'Asia orientale, alle numerose specie di *Rubus* e *Vaccinium* americani, per i quali mi fu possibile con l'apprezzata collaborazione dei botanici e degli sperimentatori americani raccogliere una buona documentazione bibliografica e ottenere in diversi casi semi o piantine.

Ma il problema si allarga enormemente se si prendono in considerazione le numerosissime nuove razze colturali create in questi ultimi anni dalle stazioni sperimentali agrarie. Nel campo dei fruttiferi per esempio, la sola Stazione sperimentale di Geneva, N. Y., ha lanciato alcune centinaia di razze nuove, talora assai pregevoli, di peri, di meli, di fruttiferi diversi, delle quali solo un numero limitato e sostanzialmente di più vecchia data è giunto finora in Europa e nel nostro Paese; e analoghe considerazioni potrebbero essere svolte per molte altre specie economiche, per le patate, per i pomodori, per le zucche e i meloni, per diverse graminacee e leguminose da foraggio, per i castagni, ecc, ecc.

Una difficoltà non sempre agevole da superare in questo campo di lavoro è quella di conoscere se una determinata pianta economica, specie o razza colturale, sia già stata introdotta o meno nel nostro Paese, eventualmente quando e da chi. All'infuori della già citata e ovviamente non più aggiornata *Cronologia* di Saccardo, ove attingere queste notizie se non con un disagevole lavoro di ricerca nelle numerosissime e non sempre facilmente accessibili pubblicazioni degli Orti botanici e delle Stazioni sperimentali? Si potrà obbiettare a questo proposito che le singole Stazioni sperimentali sono competenti per le specifiche piante economiche di loro attribuzione a rispondere a questi interrogativi, perchè esse sono, o dovrebbero essere, al corrente di ogni novità nel proprio campo di lavoro ed è loro funzione di essere aggiornate in proposito e curare l'introduzione delle nuove produzioni straniere per sperimentarle nell'ambiente italiano.

In realtà, la situazione non è tale perchè, se è ben vero che per le piante economiche di primaria importanza lo stato di aggiornamento delle nostre Stazioni sperimentali può essere considerato efficiente, è altresì vero che un ragguardevole numero di altre piante economiche, che per intenderci potremmo chiamare marginali, non perchè abbiano una importanza

trascurabile (chi può prevedere *a priori* l'importanza che può assumere una nuova coltivazione?), ma perchè non sono tradizionali nel nostro ambiente e pertanto esulano dagli specifici campi di attività e ricerca delle stazioni sperimentali, rimarrebbero inconsiderate e neglette dalla nostra sperimentazione.

Per ovviare quindi a queste lacune ci sembra indispensabile l'organizzazione di un metodico e razionale servizio di introduzione di piante e semi, che per essere efficiente deve essere centralizzato, lasciando ben inteso che ogni singola Stazione sperimentale abbia a continuare a esplicare le proprie specifiche funzioni di ricerca e di sperimentazione.

I compiti devoluti a questo auspicato Servizio d'introduzione di piante e semi, dovrebbero essere:

1) Redigere e mantenere aggiornato un registro o inventario delle piante economiche finora introdotte, avvalendosi di tutti i dati che possono essere dedotti dalla letteratura e che le singole Stazioni sperimentali e gli Orti botanici possono mettere a disposizione.

Questo inventario dovrebbe essere accessibile per la consultazione a tutti gli interessati e dovrebbe accogliere sinteticamente le seguenti notizie:

a) designazione botanica della pianta considerata;

b) designazione della varietà o razza nel caso di piante coltivate;

c) numero e data d'introduzione in Italia;

d) luogo di provenienza della prima (o delle successive) introduzione;

e) per le entità ad areale definito o limitato notizie sulle caratteristiche ambientali del paese d'origine (latitudine, clima, terreno);

f) istituto al quale la pianta (o sua parte) è stata destinata in Italia per la sperimentazione;

g) in linea facoltativa notizie sui risultati della sperimentazione;

h) ogni altra notizia ritenuta utile per la ricerca (letteratura, giudizi, ecc.).

2) Funzionare come centro unico di collegamento fra stazioni sperimentali, orti botanici, istituti di ricerca italiani e gli analoghi istituti stranieri per l'organizzazione degli scambi.

3) Seguire il progresso degli Istituti stranieri nella produzione di nuove razze e studiare, d'intesa con i singoli Istituti italiani, l'introduzione, a titolo sperimentale, delle razze ritenute più promettenti per l'ambiente italiano.

4) Disporre di fondi per l'acquisto di semi, di talee, di piantine, ecc.

Alla direzione di un tale Servizio dovrebbe essere preposta una persona di larga preparazione colturale nel campo geografico, botanico, agrario e selvicolturale, la quale dovrebbe mantenere stretti contatti con le direzioni dei singoli Istituti sperimentali assecondando le loro proposte e integrandole, ove occorra, con i suggerimenti che l'attività di ricerca del Servizio permetterà di formulare sulla base dei referti delle esplorazioni botanico–agrarie, dello spoglio delle relazioni degli Istituti sperimentali di tutto il mondo, dei cataloghi e degl'*Index seminum* degli Orti botanici, delle ditte vivaiste straniere, ecc.

L'importanza di favorire e di coordinare gli scambi di piante economiche e loro parti si va facendo ogni giorno più viva e sentita in tutti i paesi e alla data odierna mi consta che almeno quattro paesi hanno già provveduto a istituire un simile servizio: gli Stati Uniti d'America, che furono i pionieri in questo campo, l'Australia, l'U. R. S. S. e recentissimamente la Jugoslavia.

A giudicare dalle profonde modificazioni intervenute nell'agricoltura Statunitense per la feconda attività del Bureau of Seeds and Plants Introduction, non sembra dubbio che anche in Italia si potranno conseguire risultati di rilievo e tanto più concreti quanto più l'attività dell'auspicato servizio sarà organica e unificata a ovviare disperdimenti di forze e di mezzi.

Sulla scorta di queste idee e nell'attesa che esse possano trovare anche in Italia la loro proficua realizzazione, la Stazione sperimentale di Maiscoltura ha ritenuto utile iniziarne, sulla scala ovviamente modesta che le è consentita, una prima realizzazione che si concreta per il 1947 in 364 numeri di introduzione che appresso si elencano.

Questo inventario, che registra tutto il materiale entrato in Italia per il tramite della Stazione sperimentale di Maiscoltura nel periodo 1° gennaio–31 dicembre 1947, può costituire un documento storico atto a stabilire la data di introduzione per quelle entità che per la prima volta sono state importate in Italia e permetterà agli interessati di poter conseguire con maggior facilità notizie sulle loro destinazioni e sui risultati pratici ottenuti.

Inventario delle introduzioni 1947

N. B. – Questo inventario ha valore documentario per il materiale introdotto dalla Stazione sperimentale di Maiscoltura e non va considerato come un catalogo o elenco di piante per la distribuzione.

47001 a **47012**
Solanum lycopersicum L.
Pomodoro – *Solanaceae*.
Dagli U.S.A. – Semi ricevuti dalla Maine A. E. S., Orono, Maine (dr. E. Murphy). – 12 febbraio 1947.

47001 – Abel O. F. 423.
Prod. Division of Horticulture, Central Experiment Farm, Ottawa, Canadà.

47002 – Bonny Best.
Prod. Harris Seed Co., Rochester, N. Y.

47003 – Chatham.
Prod. Merrimack Farmers Exchange, Concord, New Hampshire.

47004 – Early Dwarf.
Prod. Dept of Horticulture, University of New Hampshire, Durham. N. H.

47005 – Early Trellis.
Prod. Waltham Field Station, Massachusetts State College, Waltham, Mass.

47006 – F. N. C.
Prod. Maine A. E. S., Orono, Maine.
Indicata per elevate latitudini.

47007 – Michigan 4503.

47008 – NDAC 38.
Prod. Mc Faydan Seed Co. Ltd., Winnipeg, Manitoba, Canada.

47009 – New Hampshire Victor.
Prod. Merrimack Farmers Exchange, Concord, New Hampshire.

47010 – Redskin.

47011 – Sioux.
Prod. Dept. of Horticulture, Nebraska A. E. S., Lincoln, Nebraska.

47012 – Valiant.
Prod. Mc Fayden Co. Ltd., Winnipeg, Manitoba, Canada.

47013 a **47024**
Solanum lycopersicum L.
Pomodoro *Solanaceae*.
Dagli U.S.A. – Semi ricevuti dalla Minn. A. E. S., University of Minnesota, St. Paul, Minnesota (dr. T. M. Currence). - 12 febbraio 1947.

47013 – Pritchard Earliana.

47014 – SR 20 (Bounty × Valiant).
Selezione Harold Mattson, pianta n. 6; precoce.

47015 – SR 21 (Bounty × Brent O'Day).
Selezione c. s., pianta n. 7.

47016 – Rutgers.
Inincrocio.

47017 – SR 12 Pearl Harbor.
Inincrocio.

47018 – Jubilee.
Inincrocio.

47019 – Pritchard.

47020 – Mingall.
Inincrocio.

47021 – Bounty.
Inincrocio.

47022 – Firesteel.
Inincrocio.

47023 – Pritchard Scarlet Topper.
Prod. Vaughan's Seed Store, Chicago a. New York.

47024 – Jubilee.
Prod. W. Attlee Burpee Co., Philadelphia, Pennsylvania.
Cfr. prec. intr. n. 47018.

47025 a **47027**
Solanum lycopersicum L.
Pomodoro – *Solanaceae*.
Dalla Bulgaria – Semi ricevuti dal Central Agricultural Research Institute Sofia. - 12 febbraio 1947.

47025 – Komet.

47026 – Zaria.

47027 – Zaria × Komet.

47028 a **47039**
Zea mays L.
Mais – *Graminaceae*.
Dalla Bulgaria – Semi ricevuti dal Central Agricultural Research Institute Sofia. - 12 febbraio 1947.

47028 – L N 96 (Tschirpan).

47029 – Janetzkis Mais.
Origine germanica.

47030 – Spassovkaia.
Origine russa.

47031 – Besentschukskaia
Origine russa.

7032 – var. *oryzoides* Kek.

47033 – var. *caesia* Alef.

47034 – f. *vulgaris* subf. *vulgata* Körn.

47035 – f. *vulgaris* subf. *rubra* Bonaf.

47036 – ssp. *indurata* var. *alba* Alef. (1241 G, Kneja).

47037 – ssp. *indurata* var. *aurantiaca* Kulesch. & Közh. (1006 F, Kneja).

47038 – ssp. *indurata* var. *aurantiaca* Kulesch. & Közh. (1776 L, Kneja).

47039 – ssp. *indentata* (1857 J) (*indentata* × *everta* × *amylacea*) Kneja.

47040 a **47043**
Castanea mollissima Bl.
Castagno cinese – *Fagaceae.*
Dagli U. S. A. – Semi ricevuti dal Bureau of Plant Industry, Division of Forest Pathology, Beltsville, Md. (dr. G. F. Gravatt, Sr. Path.) – 12 febbraio 1947.

47040 – F P 1270 C.
Originaria di Nanking (China), coltivata a Chico (U. S. A, Cal.); preconizzata per la resistenza all'*Endothia parasitica.*

47041 – F P 1272.
Originaria di Peiping (China), coltivata a Chico (U.S.A, Cal.); preconizzata per la resistenza all'*Endothia parasitica.*

47042 – F P 1277 B.
Originaria di Nanking (China); coltivata a Milford (U. S. A., Delaware); preconizzata per la resistenza all'*Endothia parasitica.*

47043 – F P 1289.
Originaria della provincia di An Huei (China); coltivata a Phoenix City (U.S.A., Alabama); preconizzata per la resistenza all'*Endothia parasitica.*

47044 a **47045**
Brassica sp. v.
Cavolo cinese – *Cruciferae.*
Dagli U.S.A. – Semi ottenuti da F. W. Bolgiano & Co., Washington, D. C. – 12 febbraio 1947.

47044 – *Brassica chinensis* L.
var. *Chihli.*
Molto precoce, 75 gg.

47045 – *Brassica pekinensis* Rupr.
var. *Pe-Tsai* (= *Brassica petsai* Bailey).
Precoce, 80 gg.

47046
Zea mays L.
Mais – *Graminaceae*
Dagli U. S. A. – Semi raccolti alla University Farm di St Paul, Minnesota. – 12 febbraio 1947.
Indentata a brattee melaniche.
Si usa nella delimitazione delle parcelle sperimentali.

47047 a **47053**
Zea mays L.
Mais – *Graminaceae.*
Dagli U. S. A. – Semi ricevuti da Earl E. May Seed Co., Shenandoah, Iowa. – 12 febbraio 1947.

47047 – Maygold 39.
Ibrido comm., mat. 120 a 125 gg.

47048 – Maygold 49.
Ibrido comm., mat. 112 a 118 gg.

47049 – Maygold 59.
Ibrido comm., mat. 120 gg.

47050 – Maygold 59 A.
Ibrido, comm., raccomandato per il Corn Belt meridionale.

47051 – Maygold 99 A.
Ibrido comm., precoce.

47052 – Earl May's Indiana 608.
Ibrido comm., mat. 110 a 115 gg.

47053 – Earl May's US 13 (= [W F 9 × 38–11]. [L 317 × Hy).
Ibrido comm., mat. 120 a 125 gg.

47054 a **47061**
Zea mays L.
Mais – *Graminaceae.*
Dagli U. S. A. – Semi ricevuti dalla United Hybrid Growers Association, Shenandoah, Iowa (già Reid National Corn Co., Anamosa, Iowa). – 12 febbraio 1947.

47054 – U – 22 (= Reid 88).
Ibrido comm., mat. 80 gg.

47055 – U – 28 (= Reid 95)
Ibrido comm., mat. 90–98 gg.

47056 – U – 32 (= Reid 110). Ibrido comm., mat. 95–110 gg.

47057 – U – 36 (= Reid 115). Ibrido comm., mat. 95–110 gg.

47058 – U – 47 (= Reid 118 R). Ibrido comm., mat. 105–118 gg.

47059 – U – 50 (= Reid 126 R). Ibrido comm., mat. 116–125 gg.

47060 – U – 59 (= Reid 129). Ibrido comm., mat. 116 – 125 gg.

47061 – U – 75 (= Reid 134 T H). Ibrido comm., mat. 125–135 gg.

47062 a **47065**
Zea mays L.
Mais – *Graminaceae*.
Dagli U.S.A. – Semi ricevuti dalla North Dakota A. E. S., Fargo, N. D. – 12 febbraio 1947.

47062 – Nodakhybrid 201
Ibrido comm., mat. 82 gg.

47063 – Nodakhybrid 203
Ibrido comm., mat. 80 gg.

47064 – Nodakhybrid 301
Ibrido comm., mat, 83 gg.

47065 – Falconer.
Semi–dentato giallo a fecondazione libera (OP), mat. 80 gg.

47066
Zea mays L.
Mais – *Graminaceae*.
Lady Finger.
Dagli U. S. A. – Semi ricevuti dal Missouri Botanical Garden, St. Louis, Missouri (dr. E. Anderson). – 12 febbraio 1947.
« Pop » a spighe numerose.

47067 a **47068**
Zea mays L.
Mais – *Graminaceae*.
Dagli U. S. A. – Semi raccolti dal dr. L. Fenaroli. – 12 febbraio 1947.

47067 – Black Beauty.
« Pop » a pericarpo nero.

47068 – Australian Hull-less.
« Pop ».

47069 a **47071**
Zea mays L.
Mais – *Graminaceae*.
Dagli U. S. A. – Semi ricevuti dal Missouri Botanical Garden, St. Louis, Missouri (dott. E. Anderson). – 12 febbraio 1947.

47069 – Papago.
Mais farinoso dell'Arizona, molto precoce.

47070 – Flint rosso indiano.

47071 – Midland.
Dentato giallo a fecondazione libera (OP), del Kansas.

47072
Zea mays L.
Mais – *Graminaceae*.
Dagli U. S. A. – Semi ricevuti dalla Ditta C. J. Peterson, Dassel, Minnesota (mr. F. O. Guhl). – 12 febbraio 1947.
Silverqueen.
Dentato bianco a fecondazione libera (OP).

47073 a **47074**
Zea mays L.
Mais – *Graminaceae*.
Dagli U. S. A. – Semi raccolti nel Wisconsin dal dott. L. Fenaroli. – 12 febbraio 1947.

47073 – . . .
Dentato giallo.

47074 – . . .
Dentato giallo.

47075
Solanum lycopersicum L.
Pomodoro – *Solanaceae*.
Dagli U. S. A. – Semi ricevuti dal New York Botanical Garden, N. Y. - 12 febbraio 1947.
Forma originale.

Semi prodotti da piante allevate a Newton, Pa. nella Greenbank Farm della Bucks Co. da semi raccolti al Cerro Guiengola presso Tehuantepec (Mexico) da mr. E. S. Alexander del N. Y. Botanical Garden.

47076 a **47098**
Solanum tuberosum L.
Patata – *Solanaceae*.
Dagli U. S. A. – Tuberi ricevuti dalla USDA Potato Experiment Station, Presque Isle, Maine (dr. F. J. Stevenson).

47076 – B 61 – 3
Clone resistente alla scabbia (*Actinomyces scabies*) e alla peronospora (*Phytophthora infestans*).

47077 – B 69 – 16.
Resistente alla peronospora.

47078 – B 70 – 5.
Resistente alla peronospora; produttività elevata.

47079 – B 73 – 10.
Resistente alla peronospora.

47080 – B 76 – 43.
Resistente alla scabbia e alla peronospora.

47081 – B 142 – 7.
Resistente alla peronospora.

47082 – X 150 – 10.
Precoce.

47083 – X 590 – 7.
Resistente alla scabbia.

47084 – Pontiac.
Produttività elevata.

47085 – Katahdin.
Resistente all'accartocciamento fogliare e al mosaico dolce.

47086 – Sequoia.
Resistente alla peronospora, alla perforazione fogliare da *Epitrix cucumeris* e alla necrosi dei margini fogliari da *Empoasca fabae*.

47087 – Mohawk.
Resistente al mosaico dolce; qualità pregiata.

47088 – Sebago.
Resistente alla peronospora, alla scabbia, al mosaico dolce e al nanismo.

47089 – Green Mountain.
Produttività elevata e qualità pregiata.

47090 – Chippewa.
Resistente al mosaico dolce; produttività elevata.

47091 – Irish Cobbler.
Resistente al mosaico dolce; precoce.

47092 – Earlaine.
Resistente al mosaico dolce; precoce.

47093 – Teton.
Resistente al marciume anulare.

47094 – Houma.
Resistente all'accartocciamento fogliare e al mosaico dolce.

47095 – White Rose.
Produttività elevata.

47096 – Menominee.
Resistente alla peronospora e alla scabbia.

47097 – Triumph.
Precoce.

47098 – Red Warba.
Precoce.

47099
Zea mays L.
Mais – *Graminaceae.*
Dagli U.S.A. – Semi ricevuti dalla Huey Seed Co., Carthage, Illinois. – 27 febbraio 1947.
Illinois 1091 A.
Ibrido comm.

47100
Zea mays L.
Mais – *Graminaceae.*
Dagli U.S.A. – Semi ricevuti da ditta americana non precisata a mezzo sig. L. Steffanina, Roma. – 28 febbraio 1947.
Corn for Po Valley
Ibrido comm. (probabilmente nome di fortuna, non originale).

47101
Zea mays L.
Mais – *Graminaceae.*
Dagli U.S.A. – Semi raccolti nel Minnesota dal dott. L. Fenaroli – 28 febbraio 1947.
. . . . . .
Pop.

47102 a 47105
Solanum tuberosum L.
Patata – *Solanaceae.*
Dagli U.S.A. – Tuberi ricevuti dalla USDA, Potato Experiment Station, Presque Isle, Maine – 18 marzo 1947.

47102 – Irish Cobbler.
Cfr. Introd. 47091.

47103 – Katahdin.
Cfr. Introd. 47085.

47104 – . . . . . .
Varietà indeterminata.

47105 – Katahdin x Hindenburg.

47106 a 47128
Zea mays L.
Mais – *Graminaceae.*
Dagli U.S.A. – Semi ricevuti dalla N. Y. Agricultural Experiment Station, Cornell University, Ithaca, N.Y. (dr. R. G. Wiggans). – 18 marzo 1947.

47106 – N Y 1.
Flint giallo a 8 ranghi; linea autofecondata.

47107 – N Y 2.
Dentato bianco; linea autofecondata.

47108 – N Y 4.
Dentato rosso; linea autofecondata.

47109 – N Y 9.
Dentato bianco; elevata produzione di polline; linea autofecondata.

47110 – N Y 10.
Flint giallo; eccellente produttore di polline; linea autofecondata.

47111 – N Y 11.
Dentato bianco; linea autofecondata.

47112 – W 9 (= CC 4).
Precoce; linea autofecondata del Wisconsin.

47113 – W M 13 (= CC 8).
Precocità e produttività; linea autofecondata del Wisconsin.

47114 – W 25 (= CC 6).
Media maturazione: linea autofecondata del Wisconsin.

47115 – W 153.
Linea autofecondata del Wisconsin

47116 – N Y 38.
Linea autofecondata.

47117 – N Y 40.
Linea autofecondata.

47118 – N Y 48.
Linea autofecondata.

47119 – N Y 55.
Linea autofecondata.

47120 – N Y 134.
Linea autofecondata.

47121 – Cornell 29 – 3
(= [3 × 4]. [1 × 2]).
Ibrido comm.; fogliame lungamente verde e perciò raccomandato anche per foraggio.

47122 – Cornell 29 – 5
(= [3 × 11]. [9 × 10]).
Ibrido comm.; per foraggio silos.

47123 – Cornell 35 – 5.
Ibrido comm.

47124 – 1 × 2
Incrocio semplice di fondazione, usato come parente maschile per produrre l'ibrido 29–3.

47125 – 3 × 4.
Incrocio semplice di fondazione, usato come parente femminile per produrre l'ibrido 29–3.

47126 – 3 × 11.
Incrocio semplice di fondazione, usato come parente femminile per produrre l'ibrido 29–5.

47127 – W 9 × W M 13.
(= CC 4 × CC 8).
Incrocio semplice di fondazione, usato come parente femminile per produrre gli ibridi Wisc. 350, 355, 404 e 460.

47128 – W 25 × W 153.
(= CC 6 × W 153).
Incrocio semplice di fondazione, usato come parente maschile per produrre l'ibrido Wisc. 355.

47129 a **47136**
Solanum lycopersicum L.
Pomodoro – *Solanaceae*.
Dagli U.S.A. – Semi ricevuti dalla N.Y. Agr. Exp. St., Cornell Univ., Ithaca, N. Y. – 19 marzo 1947.

47129 – Pearson.

47130 – Campbell Soup 222
Resistente alla spaccatura.

47131 – Victor.
Precoce.

47132 – Valiant.
Cfr. introd. 47012.

47133 – John Baer.

47134 – Stokesdale.

47135 – Pritchard.
Cfr. introd. 47019.

47136 – Rutgers.
Cfr. introd. 47016.

47137
Solanum lycopersicum L.
Pomodoro – *Solanaceae*.
Dagli U.S.A. – Semi raccolti dal dott. L. Fenaroli in coltivazioni di pieno campo a Presque Isle, Maine. – 19 marzo 1947.

47138
Solanum nigrum L.
Erba morella – *Solanaceae*.
Dagli U.S.A. – Semi dal commercio (Mc. Fayden Seed Co. Winnipeg e Toronto, Canadà). – 19 marzo 1947.
Garden Huckleberry (Wonderberry)
Razza migliorata a bacche giganti, per marmellate.

47139 a **47140**
Brassica oleracea L. var. *acephala*
Cavolo cappuccio – *Cruciferae*.
Dagli U.S.A. – Semi dal commercio (F. H. Woodruff & Sons, Milford, Connecticut). – 19 marzo 1947.

47139 – Dwarf Siberian.

47140 – Special Green Curled Scotch.

47141 a **47145**
Zea mays L.
Mais – *Graminaceae.*
Dagli U.S.A. – Semi ricevuti dalla Pride Hybrid Company, Minneapolis, Minnesota – 28 marzo 1947.

47141 – Pride B 3.
Ibrido comm., 85–89 gg.

47142 – Pride D 1.
Ibrido comm., 88–92 gg.

47143 – Pride D 1 A.
Ibrido, comm., 88–92 gg.

47144 – Pride B 17.
Ibrido comm., 91–95 gg.

47145 – Pride B 23.
Ibrido comm., 95–99 gg.

47146 a **47150**
Solanum lycopersicum L.
Pomodoro – *Solanaceae.*
Dagli U.S.A. – Semi ricevuti dalla Missouri Agricultural Experiment Station, Univ. of Missouri (dr. C. M. Tucker), Columbia, Missouri. – 30 marzo 1947.

47146 – 6 – 5 – 34.
Selezione resistente alla fusariosi.

47147 – 6 – 5 – 36.
Selezione resistente alla fusariosi.

47148 – 6 – 5 – 41.
Selezione resistente alla fusariosi.

47149 – 6 – 5 – 44.
Selezione resistente alla fusariosi.

47150 – 6 – 102 – 15.
Selezione resistente alla fusariosi.

47151 a **47180**
Zea mays L.
Mais – *Graminaceae.*
Dagli U.S.A. – Semi ricevuti dall'UNRRA Italian Mission, Roma. – 2 aprile 1947.

47151 – Pride B 17.
Ibrido comm., prodotto dalla Twin City Seed Co., Minneapolis, Minn. 91–95 gg. (cfr. n. 47144).

47152 – Pride D 56.
Ibrido comm. c. s. 110 gg.

47153 – U 32.
Ibrido comm., prodotto dalla United Hybrid Growers Ass'n, Anamosa, Ia; 95–110 gg.
Cfr. prec. introd. n. 47056.

47154 – U 41.
Ibrido comm., prodotto c. s.

47155 – U 65.
Ibrido comm., prodotto c. s.

47156 – Ohio C 92.
(= [W F 9 × 38 – 11] · [H y × 97]).
Ibrido comm., prodotto dalla Clyde Black & Co., Ames, Ia.

47157 – Huey's H 23.
Ibrido comm., prodotto alla Huey Seed Co., Carthage, Ill., 110–115 gg.

47158 – L P 123.
Ibrido comm., prodotto dalla Pfister Hybrid Corn Co., El Paso, Ill.; precoce.

47159 – L P 456.
Ibrido comm., prodotto c. s.; precoce.

47160 – L P 789.
Ibrido comm., prodotto c. s.; tardivo.

47161 – P A G 170.
Ibrido comm., prodotto dalla Pfister Associated Growers Inc., El Paso, Ill.; 118 gg.

47162 – P A G 173.
Ibrido comm., prodotto c. s.; 120 gg.

47163 – Pag 392.
Ibrido comm., prodotto c. s.; 118 gg.

47164 – Funk G 1.
Ibrido comm., prodotto dalla Funk Bros. Seed Co., Bloomington, Ill.

47165 – Funk G 6.
Ibrido comm., prodotto c. s.

47166 – Funk G 114.
Ibrido comm., prodotto c. s.

47167 – Funk G 188.
Ibrido comm., prodotto c. s.

47168 – Lowe 24.
Ibrido comm., prodotto dalla Lowe Co., Aroma Park, Ill.

47169 – Lowe 32.
Ibrido comm., prodotto c. s.

47170 – Lowe 510.
Ibrido comm., prodotto c. s.

47171 – Pioneer 304.
Ibrido comm., prodotto dalla Pioneer Hy-bred Seed Co., Des Moines, Ia.

47172 – Pioneer 340.
Ibrido comm., prodotto c. s.

47173 – De Kalb 800 A.
Ibrido comm., prodotto dalla De-Kalb Agric. Ass'n Inc., Dekalb, Ill.

47174 – De Kalb 898.
Ibrido comm., prodotto c. s.

47175 – De Kalb 1025.
Ibrido comm., prodotto c. s.; tardivo.

47176 – Kingscrost K F 1.
Ibrido comm., prodotto dalla Northrup, King & Co., Minneapolis, Minn.; semidentato, 80 gg.

47177 – Kingscrost K E 3.
Ibrido comm., prodotto c. s.; dentato, 80 gg.

47178 – Kingscrost K E 1.
Ibrido comm., prodotto c. s.; dentato, 90 gg.

47179 – Kingscrost K S 6.
Ibrido comm., prodotto c. s.; dentato, 100 gg.

47180 – Kingscrost K O.
Ibrido comm., prodotto c. s.; dentato, 105 gg.

47181 a **47183**
Zea mays L.
Mais – *Graminaceae*.
Dalla Spagna – Semi ricevuti dalla Mision Biologica de Galicia, Pontevedra (a mezzo dott. A. Biraghi, Roma). – 9 aprile 1947.

47181 – Lisargarate.
Varietà a fecondazione libera; flint giallo.

47182 – Azcoitia.
Varietà a fecondazione libera; flint giallo.

47183 – Salcedo.
Varietà a fecondazione libera; flint bianco.

47184 a **47188**
Vaccinium sp.
Blueberry – *Ericaceae*.
Dagli U. S. A. – Piante ricevute dall'USDA, Div. of Plant Esploration a. Introduction (dr B. Y. Morrison), Beltsville, Md. – 8 aprile 1947.

47184 – Cabot.

47185 – Pioneer.

47186 – Stanley.

47187 – Rubel.

47188 – Jersey.

47189
X Rubus
Boysenberry – *Rosaceae.*
Rubus bayleanus × *argutus.*
Dagli U. S. A. – Piante ricevute dall'USDA. Div. of Plant Exploration and Introduction (dr. B. Y Morrison), Beltsville, Md. – 8 aprile 1947.

47190
Zea mays L.
Mais – *Graminaceae.*
Rhodesian flat.
Dentato bianco a fec. libera.
Dal Tanganika – Semi ricevuti dall'Imperial Bureau of Plant Breeding and Genetics (dr. P. S. Hudson); Cambridge, England. – 12 aprile 1947.

47191 a **47204**
Zea mays L.
Mais – *Graminaceae.*
Dagli U. S. A. – Semi ricevuti dall'USDA, Div. of Cereal Crops (dr. M. T. Jenkins), Beltsville, Md. – 15 aprile 1947.

47191 – Oh 28.
Linea autofecondata dell'Ohio.

47192 – Oh 51 A.
Linea autofecondata dell'Ohio

47193 – Oh 65,
Linea autofecondata dell'Ohio; resistente all'allettamento.

47194 – Oh 33.
Linea autofecondata dell'Ohio.

47195 – Oh 40 B.
Linea autofecondata dell'Ohio.

47196 – Oh 26.
Linea autofecondata dell'Ohio; precocità, resistenza all'allettamento.

47197 – Oh 51.
Linea autofecondata dell'Ohio; precocità, resistente agli afidi.

47198 – Ill. A.
Linea autofecondata selezione Ohio.

47199 – W 23 (= CC 5).
Linea autofecondata del Wisconsin.

47200 – Oh 33 × Oh 40 B.
Incrocio semplice di fondazione.

47201 – Oh 51 × Oh 26.
Incrocio semplice di fondazione, usabile sia come parente maschile sia femminile per la produzione degli ibridi Ohio M 15 e Ohio K 23.

47202 – Ill. A × W 23.
Incrocio semplice di fondazione, usato come parente maschile per la produzione dell'ibrido Ohio M 15.

47203 – Ohio M 20.
(= [26 × 51] · [33 × 40 B]).
ibrido comm.

47204 – Ohio M 15.
(= [26 × 51] · [Ill. A × W 23]).
ibrido comm., precoce.

47205 a **47211**
Zea mays L.
Mais – *Graminaceae.*
Dagli U.S.A. – Semi ricevuti dalla University of Minnesota, Division of Agronomy and Plant Genetics (mr. Borgeson), St. Paul, Minn. – 29 aprile 1947.

47205 – W D (= CC 18).
Linea autofecondata del Wisconsin.

47206 – W 9 (= CC 4).
Linea autofecondata del Wisconsin; precoce; cfr. prec. introd. n. 47112.

47207 – W 15 (= CC 30).
Linea autofecondata del Wisconsin; flint.

47208 – W 85 (= CC 38).
Linea autofecondata del Wisconsin.

47209 – D × 9.
Incrocio semplice di fondazione.

47210 – 85 × 15.
Incrocio semplice di fondazione.

47211 – Wisc. 240.
(= [D × 9] · [85 × 15]).
Ibrico comm. flint × dent; molto precoce, 80 gg.

47212 a 47230
Zea mays L.
Mais – *Graminaceae*.
Dagli U.S.A. – Semi ricevuti dalla Kansas Agricultural Experiment Station (dr. Porter), Manhattan, Kansas. – 29 aprile 1947.

47212 – 33 – 16.
Linea autofecondata, selezione Kansas.

47213 – Ky 27.
Linea autofecondata.

47214 – 33 – 16 × Ky 27.
Incrocio semplice di fondazione.

47215 – K 41.
Linea autofecondata del Kansas; buona attitudine di combinazione con K 55.

47216 – K 55.
Linea autofecondata del Kansas; contribuisce per resa elevata, resistenza all'allettamento e all'alidore.

47217 – K 41 × K 55.
Incrocio semplice di fondazione; usabile come parente maschile; tardivo.

47218 – K 64.
Linea autofecondata del Kansas.

47219 – K 55 × K 64.
Incrocio semplice di fondazione.

47220 – K 63.
Linea autofecondata del Kansas.

47221 – K 63 × K 64.
Incrocio semplice di fondazione.

47222 – Kys.
Linea autofecondata.

47223 – K 201.
Linea autofecondata del Kansas.

47224 – Kys × K 201.
Incrocio semplice di fondazione.

47225 – 38 – 11.
Linea autofecondata dell'Indiana, selezione Kansas; contribuisce caratteri di resistenza all'allettamento e all'alidore.

47226 – K 201 × 38 – 11.
Incrocio semplice di fondazione.

47227 – W F 9 × 38 – 11.
Incrocio semplice di fondazione; usato come parente femminile nella produzione degli ibridi US 13, US 35, Ill. 200; maturità media.

47228 – K 4.
Linea autofecondata del Kansas; contribuisce caratteri di elevata produttività e di resistenza all'alidore; ha tendenza a produrre due spighe.

47229 – K 155.
linea autofecondata del Kansas; contribuisce caratteri di elevata produttività e resistenza all'alidore.

47230 – Hy × L 317.
Incrocio semplice di fondazione usato come parente maschile nella produzione dell'ibrido US 13; maturità media.

47231 a 47239
Sorghum vulgare L.
Sorgo – *Graminaceae*.
Dagli U. S. A. – Semi ricevuti dalla Kansas Agricultural Experiment Station (dr. Porter), Manhattan, Kansas. – 29 aprile 1947.

47231 – Pink Kafir.
Prodotto nel 1908 dalla Kansas A. E. S.; precoce, per granella e foraggio.

47232 – Red Kafir.

47233 – Blackhull Kafir.
Prodotto nel 1895 dalla Kansas A. E. S.; elevata produttività.

47234 – Western Blackhull Kafir.

47235 – Westland Milo.

47236 – Early Kalo.
Prodotto nel 1930 dalla Kansas A. E. S.; molto precoce.

47237 – Atlas Sorgo.
Prodotto nel 1923 dalla Kansas A. E. S.; culmi robusti.

47238 – Coes Sorgo.

47239 – Norkan.

47240 a **47243**
Zea mays L.
Mais – *Graminaceae.*
Dall'Argentina – Semi ricevuti a mezzo dott. V. Ponti, Milano, 30 aprile 1947.

47240 – . . . .
Mais dolce bianco.

47241 – . . . .
Mais dolce bianco.

47242 – . . . .
Mais dolce giallo.

47243 – . . . .
Mais dolce nero.

47244
Sorghum vulgare L.
Sorgo – *Graminaceae.*
Early Hegari.
Dagli U.S.A., Arizona – Semi ricevuti a mezzo Consorzio Agrario Provinciale di Bergamo. – 9 maggio 1947.

47245
Cornus.
Corniolo – *Cornaceae.*
Cornus florida L.
Dagli U.S.A. – Semi ricevuti dal Boyce Thompson Arboretum, Yonkers, N. Y. – 9 maggio 1947.

47246
Lespedeza
Lespedeza – *Leguminosae*
Lespedeza bicolor Turcz.
Dagli U.S.A. – Semi ricevuti dal Boyce Thompson Arboretum, Yonkers, N. Y. – 9 maggio 1947.
Foraggera.

47247 a **47248**
Malus sp. v.
Melo – *Rosaceae.*
Dagli U.S.A. – Semi ricevuti dal Boyce Thompson Arboretum, Yonkers, N. Y. – 9 maggio 1947.

47247 – *Malus hupehensis* Pamp.

47248 – *Malus sikkimensis* Hook. f.

47249
Pieris – Rosaceae.
Pieris floribunda Benth. & Hook.
Dagli U.S.A. – Semi ricevuti dal Boyce Thompson Arboretum, Yonkers, N. Y. – 9 maggio 1947.

47250
Ribes
Ribes – *Saxifragaceae.*
Ribes fasciculatum Sieb. & Zucc. – var. *chinense* Maxim.
Dagli U.S.A. – Semi ricevuti dal Boyce Thompson Arboretum, Yonkers, N. Y. – 9 maggio 1947.

47251
Zanthoxylum – Rutaceae.
Zanthoxylum schinifolium Sieb. & Zucc.
Dagli U.S.A. – Semi ricevuti dal Boyce Thompson Arboretum, Yonkers, N. Y. – 9 maggio 1947.

47252
Zea mays L.
Mais – *Gramimaceae.*
var. *everta oryzoides.*
Dagli U.S.A. – Semi ricevuti per mezzo della redazione di « Der Landwirt » di Bolzano. – 16 maggio 1947.
È un « pop » bianco.

47253
Zea mays L.
Mais – *Graminaceae.*
Cargill 250.
Dagli U. S. A. – Semi ricevuti dall'Iowa per mezzo del sig. T. Rusconi, Milano. – 16 maggio 1947.
Ibrido comm.

47254 a **47262**
Zea mays L.
Mais – *Graminaceae.*
Dagli U.S.A. – Semi ricevuti dalla Purdue Agricultural Experiment Station, Lafayette, Ind. – 21 maggio 1947.

47254 – 54 – 14.
Linea autofecondata dell'Indiana.

47255 – 90.
Linea autofecondata dell'Indiana; eccellente produttrice di polline; buona attitudine di combinazione con Ill. A, L 317, Ky, Tr.

47256 – W 22 (= C C 28).
Linea autofecondata del Wisconsin.

47257 – W 24 (= CC 35).
Linea autofecondata del Wisconsin.

47258 – M 14.
Linea autofecondata dell'Indiana; contribuisce per i caratteri di precocità, elevata produttività e ampio sviluppo radicale. Buona attitudine di combinazione con WF 9, 187-2.

47259 – M S 12.
Linea autofecondata.

47260 – R 2.
Linea autofecondata dell'Indiana.

47261 – R 4.
Linea autofecondata, selezione Indiana; conferisce caratteri di resistenza agli attacchi della piralide.

47262 – Y 82.
Linea autofecondata dell'Indiana.

47263 a **47267**
Sorghum vulgare L.
Sorgo – *Graminaceae.*
Dagli U. S. A. – Semi ricevuti a mezzo della Soc. Amido Glucosio Destrina (sig. Cippelletti), Milano. – 21 maggio 1947.

47263 – Arizona Hegary.

47264 – Early Hegary.

47265 – Midland Sorgum.

47266 – Martin Combine Milo.

47267 – Schrock Kafir.

47268 a **47301**
Zea mays L.
Mais – *Graminaceae.*
Dagli U. S. A. – Semi ricevuti dalla University of Wisconsin, Dept of Agronomy (dr. N. P. Neal), Madison, Wisc. – 9 giugno 1947.

47268 – W 9 (= CC 4).
Linea autofecondata del Wisconsin, precoce; cfr. prec. introd. n. 47112.

47269 – W 16 (= CC 22).
Linea autofecondata del Wisconsin.

47270 – W 23 (= CC 5).
Linea autofecondata del Wisconsin; maturazione media; cfr. prec. introd. n. 47199.

47271 – W 25 (= CC 6).
Linea autofecondata del Wisconsin; maturazione medio-precoce; cfr. prec. introd. n. 47114.

47272 – W 26 (= CC 7).
Linea autofecondata del Wisconsin; contribuisce carattere di resistenza all'allettamento e alla siccità; maturità media.

47273 – W 28 (= CC 37).
Linea autofecondata del Wisconsin.

47274 – W 32 (= CC 10).
Linea autofecondata del Wisconsin; usabile come parente femminile; maturità media.

47275 – Ia 153.
Linea autofecondata dell'Iowa.

47276 – A 374.
Linea autofecondata del Minnesota, selezione del Wisconsin; contribuisce caratteri di resistenza all'allettamento.

47277 – I11. A.
Linea autofecondata, selezione del Wisconsin; cfr. prec. introd. n. 47198.

47278 – W M 13 (= CC 8).
Linea autofecondata del Wisconsin; precoce.

47279 – W R 3 (= CC 1).
Linea autofecondata del Wisconsin.

47280 – R 4.
Linea autofecondata, selezione Wisconsin; cfr. prec. introd. n. 47261.

47281 – W F 9.
Linea autofecondata dell'Indiana, selezione del Wisconsin; contribuisce caratteri di produttività e resistenza; medio – precoce di larga adattabilità.

47282 – Wisc. 240.
(= [W D × W 9] · [W 85 × W 15]).
Ibrido comm., flint. × dent; molto precoce, 80 gg.

47283 – Wisc. 240.
Cfr. prec. introd. n. 47282.

47284 – Wisc. 275.
(= [W 9 × WM 13] · [W 49 × WH]).
Ibrido comm., molto precoce, 85 gg.

47285 – Wisc. 275.
Cfr. prec. introd. n. 47284.

47286 – Wisc. 335.
(= [W 9 × W M 13] · [83 × 703]).
Ibrido comm.; raccomandato per silaggio; 90 gg.

47287 – Wisc. 464.
(= [W M 13 × W R 3] · [Ia 153 × A 374]).
Ibrido comm., 100 gg.

47288 – Wisc. 606.
(= [W 23 × W 26] · [W R 3 × A]).
Ibrido comm., 110 gg.

47289 – Wisc. 255.
(= [W D × W 9] · [W J × W H]).
Ibrido comm., 80 gg.

47290 – Wisc. 255.
Cfr. prec. introd. n. 47289.

47291 – Wisc. 335.
Ibrido comm.; cfr. prec. introd. n. 47286.

47292 – Wisc. 412 A.
(= [W 16 × W 8] · [Ia 153 × W 28]).
Ibrido comm.; 95 gg.

47293 – Wisc. 525.
(= [W M 13 × W R 3] · [W 3 × W 26]).
Ibrido comm.; larga adattabilità; 105 gg.

47294 – Wisc. 275 A.
(= [33 × 25] · [47 × 643]).
Ibrido comm.; 85 gg.

47295 – . . . . .
Varietà a fecondazione libera.

47296 – O. P. n. 25.
Varietà a fecondazione libera.

47297 – Composite of early flint lines.
Varietà sintetica di linee flint precoci.

47298 – Wisconsin n. 8.
Varietà standard a fecondazione libera; 100 gg.

47299 – Golden Glow.
Varietà standard a fecondazione libera; 110 gg.

47300 – Sweet corn 804.
Ibrido comm. di mais dolce.

47301 – Sweet corn 803.
Ibrido comm. di mais dolce.

47302 a **47322**
Zea mays L.
Mais – *Graminaceae.*
Dagli U.S.A. – Semi ricevuti dall'Iowa Agricultural Experiment Station, Ames, Iowa. – 17 giugno 1947.

47302 – 4 – 8.
Linea autofecondata dell'USDA, usata nella produzione degli ibridi US 44, US 65.

47303 – 38 – 11.
Linea autofecondata dell'Indiana, selezione Iowa; cfr. prec. introd. n. 47225.

47304 – 187 – 2.
Linea autofecondata dell'Indiana; usata nella produzione degli ibridi comm. US 44, Illinois 101.

47305 – L 289.
Linea autofecondata dell'Iowa; usata nella produzione degli ibridi comm. Ind. 432, Iowa 931, 939, 942.

47306 – L 317.
Linea autofecondata dell'Iowa; usata nella produzione degli ibridi comm. Ill. 960, Iowa 13, 3110, US 13.

47307 – M 14.
Linea autofecondata, selezione Iowa; cfr. prec. introd. n. 47258.

47308 – Oh 07.
Linea autofecondata dell'Ohio, selezione Iowa.

47309 – Os 420.
Linea autofecondata dell'Iowa; usata nella produzione degli ibridi comm. Iowa 931, 939, 942.

47310 – Os 426.
Linea autofecondata dell'Iowa; usata nella produzione dell'ibrido comm. Iowa 3086.

47311 – I 159.
Linea autofecondata dell'Iowa; usata nella produzione dell'ibrido comm. Iowa 3110.

47312 – I 205.
Linea autofecondata dell'Iowa; usata nella produzione dell'ibrido comm. Illinois 53.

47313 – I 224.
Linea autofecondata dell'Iowa; usata nella produzione dell'ibrido comm. Iowa 3110.

47314 – I 234.
Linea autofecondata dell'Iowa; usata nella produzione degli ibribridi comm. Indiana 432, Iowa 942.

47315 – R 4.
Linea autofecondata, selezione Iowa; cfr. prec. introd. n. 47261 e 47280.

47316 – ITE 701.
Linea autofecondata; usata nella produzione degli ibridi comm. Illinois 960, US 44, 52, 63, 65.

47317 – WF 9.
Linea autofecondata dell'Indiana, selezione Iowa; cfr. prec. introd. n. 47281.

47318 – Hy.
Linea autofecondata dell'Indiana, selezione Iowa; contribuisce caratteri di elevata produttività e resistenza all'allettamento.

47319 – US 13.
(=[WF 9 × 38 – 11] · [L 317 × Hy]).
Ibrido comm.; 120–125 gg.
Cfr. prec. introd. n. 47053.

47320 – Iowa 939.
(= [Os 420 × Os 426] · [L 289 × I 205]).
Ibrido commerciale.

47321 – Iowa 4316.
(= [WF 9 × M 14] · [L 289 × 1205]).
Ibrido commerciale.

47322 – Iowa 306.
Ibrido comm.

47323
Solanum melongena L.
Melanzana – *Solanaceae.*
Minnoval.
Dagli U.S.A. – Semi ricevuti dalla University Farm, Division of Horticulture (dr. H. E. Hutchins), St. Paul, Minnesota. – 17 giugno 1947.

47324 a **47325**
Capsicum frutescens L.
Peperone – *Solanaceae.*
Dagli U.S.A. – Semi ricevuti dalla University Farm, Division of Horticulture (dr. H. E. Hutchins), St. Paul, Minnesota. – 17 giugno 1947.

47324 – Sunnybrook type.

47325 – . . . . . .
Frutti piccoli, rotondeggianti, urenti.

47326
Cucumis sativus L.
Cetriolo – *Cucurbitaceae.*
Mincu.
Dagli U.S.A. – Semi ricevuti dalla University Farm, Division of Horticulture (dr. H. E. Hutchins), St. Paul, Minnesota. – 17 giugno 1947.

47327 a **47329**
Cucurbita sp.
Zucca – *Cucurbitaceae.*
Dagli U.S.A. – Semi ricevuti dalla University Farm, Division of Horticulture (dr. H. E. Hutchins), St. Paul, Minnesota. – 17 giugno 1947.

47327 – Minnesota selection 300.45.

47328 – Greengold.

47329 – Rainbow, selection 301.45.

47330
Centaurea.
Centaurea – *Compositae.*
Centaurea americana Nutt.
Dagli U.S.A. – Erbacea annuale delle praterie aride del Missouri e Arkansas alla Louisiana, Mexico e Arizona; volg.: American Star Thistle. Semi raccolti dal dott. L. Fenaroli, 1946.

47331
Xanthisma – Compositae.
Xanthisma texanum DC.
Dagli U.S.A. – Erbacea annuale delle praterie del Texas; ornamentale. Semi raccolti dal dott. L. Fenaroli, 1946.

47332 bis
Cleome.
Cleome – *Capparidaceae.*
Cleome spinosa Jacq.
Dagli U.S.A. – Erbacea biennale, originaria dell'America tropicale; ornamentale; volg. Giant Spider Plant. Semi raccolti dal dott. L. Fenaroli, 1946.

47332 a **47356**
Soja max L.
Soja – *Leguminosae.*
Dagli U.S.A. – Semi ricevuti dal USDA, Bureau of Plant Industry, Division of Forage Crops and Diseases (dr. W. J. Morse) Beltsville, Md. – 26 giugno 1947.

47332 – Aoda.

47333 – Arksoy 2913.

47334 – Burdette 19.

47335 – Chief.

47336 – Dortchsoy 7.

47337 – Dunfield.
Provenienza Manchuria 1913; per seme.

47338 – Funk Delicious.

47339 – Gibson.

47340 – Hahto 1.

47341 – Higan B.

47342 – Hongkong.
Provenienza China 1908; per seme.

47343 – Illini.
Selezione Woodworth (Illinois) 1921; per seme.

47344 – Jogun.
Provenienza Giappone 1930; per legumi.

47345 – Lincoln.

47346 – Patoka.

47347 – Tastee.

47348 – Wolverine.

47349 – Boone.

47350 – Ralsoy.

47351 – Rokusun.
Provenienza Giappone 1929; per legumi.

47352 – Charles.

47353 – CNS.

47354 – Nanda.
Provenienza Chosen 1932; per legumi.

47355 – Palmetto.
Provenienza China 1927; per seme e foraggio.

47356 – Semisole.

47357 a **47358**
Stizolobium sp.
Stizolobia – *Leguminosae.*
Dagli U. S. A. – Semi ricevuti dal USDA, Bureau of Plant Industry, Division of Forage Crops and Diseases (dr. W. J. Morse), Beltsville, Md. – 26 giugno 1947.

47357 – Early Arlington.
Provenienza South Carolina.

47358 – Tracy Black.
Provenienza South Carolina.

47359
Nicandra
Nicandra – *Solanaceae.*
Nicandra physalodes Pers.
Dagli U. S. A. – Erbacea annuale, originaria del Peru, usata come teste per lo studio delle virosi; semi raccolti dal dott. L. Fenaroli, 1946.

47360
Asclepias – *Asclepiadaceae*
Asclepias rubra L.
Dagli U. S. A. – Volg. Red Milkweed; erbacea annuale; semi raccolti nel Maine dal dott. L. Fenaroli, 1946.

47361
Solanum – *Solanaceae*
Solanum carolinense L.
Dagli U.S.A. – Volg. Horse–Nettle o Sand–Brier; erbacea annuale degli U. S. A. orientali; semi raccolti dal dott. L. Fenaroli, 1946.

47362
Zea mays L.
Mais – *Graminaceae.*
. . . . . .
flint rosso e fecondazione libera.
Dal Kenya – Semi ricevuti dal Dept. of Agriculture del Kenya a mezzo dr. P. S. Hudson della F.A.O., Roma. – 3 settembre 1947.

47363
Solanum – *Solanaceae*
Solanum pseudocapsicum L.
Dagli U. S. A. – Erbacea perenne; ornamentale – Volg.: Jerusalem Cherry; semi raccolti dal dott. L. Fenaroli, 1946.

INDICE PER GENERI E SPECIE

Asclepias rubra L.: 47360.
Brassica chinensis L.: 47044.
Brassica oleracea var. *acephala;* 47139–47140.
Brassica pekinensis Rupr.: 47045.
Capsicum frutescens L.: 47324–47325.
Castagno cinese: cfr. *Castanea mollissima.*
Castanea mollissima Blume: 47040–47043.
Cavolo cappuccio: cfr. *Brassica oleracea* var. *acephala.*
Cavolo cinese: cfr. *Brassica chinensis* e *Brassica pekinensis.*
Centaurea americana Nutt.: 47330.
Cetriolo: cfr. *Cucumis sativus.*
Cleome spinosa Jacq.: 47332 bis.
Cornus florida L.: 47245.
Cucumis sativus L.: 47326.
Cucurbita sp.: 47327–47329.
Erba morella: cfr. *Solanum nigrum.*
Lespedeza bicolor Turcz.: 47246.
Mais: cfr. *Zea mays.*
Malus hupehensis Pamp.: 47247.
Malus sikkimensis Hook. f.: 47248.
Melanzana: cfr. *Solanum melongena.*
Nicandra physalodes Pers.: 47359.
Patata: cfr. *Solanum tuberosum.*
Peperone: cfr. *Capsicum frutescens.*
Pieris floribunda Benth. & Hook.: 47249.
Pomodoro: cfr. *Solanum lycopersicum.*
Ribes fasciculatum Sieb. & Zucc.: 47250.
Rubus bayleanus x argutus: 47189.
Soia max L.: 47332–47356.
Solanum carolinense L.: 47361.
Solanum lycopersicum L.: 47001–47027, 47075, 47129–47137, 47146–47150.
Solanum melongena L.: 47323.
Solanum nigrum L.: 47138.
Solanum pseudocapsicum L.: 47363.
Solanum tuberosum L.: 47076–47098, 47102–47105.
Sorgo: cfr. *Sorghum vulgare.*
Sorghum vulgare L.: 47231–47239, 47244, 47263–47267.
Stizolobia: cfr. *Stizolobium* sp.
Stizolobium sp.: 47357–47358.
Vaccinium sp.: 47184–47188.
Xanthisma texanum DC.: 47331.
Zanthoxylum schinifolium Sieb. & Zucc.: 47251.
Zea mays L.: 47028–47039, 47046–47074, 47099–47101, 47106–47128, 47141–47145, 47151–47183, 47190–47230, 47240–47243, 47252–47262, 47268–47322, 47362.
Zucca: cfr. *Cucurbita* sp.

RIASSUNTO

Si dànno notizie sull'origine, sviluppi e attività della Divisione per l'esplorazione e l'introduzione di piante e semi del Dipartimento d'Agricoltura degli Stati Uniti d'America e si prospetta l'opportunità dell'istituzione di un analogo servizio in Italia. Segue l'inventario delle introduzioni effettuate dalla Stazione sperimentale di Maiscoltura di Bergamo durante l'anno 1947.

SUMMARY

THE S. P. I. (SEED AND PLANT INTRODUCTION) SERVICE IN THE U. S. A. AND THE ADVISABILITY OF THE ORGANISATION OF A SIMILAR SERVICE IN ITALY

by Luigi Fenaroli

Notices are given on the origin, development and activity of the Division of Plant Exploration and Introduction of the U. S. Department of Agriculture and it is suggested thata similar service should be organized in Italy. An inventory of the introductions made by the Corn Experiment Station, Bergamo during 1947 completes the report.

STAZIONE CHIMICO-AGRARIA SPERIMENTALE
(Direttore: Francesco Scurti)
TORINO

Francesco Scurti

L'INDUSTRIA DEL CONGELAMENTO DEI PRODOTTI ORTOFRUTTICOLI

I

La catena frigorifera

Le prime applicazioni a carattere industriale nel campo della conservazione dei prodotti ortofrutticoli, astrazion fatta dei comuni fruttai, ebbero inizio simultaneamente in Europa ed in America circa 70 anni fa; ma il nostro Paese rimase estraneo a queste iniziative, anche dal punto di vista letterario, e solo verso la fine del secolo scorso, e precisamente nel 1897, comparve, preceduto solo da alcuni articoli di giornali e da sporadiche notizie nei trattati di frutticoltura, un piccolo trattato, opera dell'ing. Michelangelo Bonelli dal titolo: *Una nuova industria agricola. – La conservazione della frutta fresca.*

In questa pubblicazione l'ing. Bonelli, premesse alcune considerazioni di carattere generale sul commercio dei prodotti ortofrutticoli, dopo avere rilevato che mancava nel nostro Paese, così interessato a quel commercio, una vera industria sulla conservazione delle frutta e degli ortaggi, si chiedeva: « Oh! perchè non si potrebbe anche da noi cercare un mezzo pratico industriale per conservare la nostra frutta allo scopo di smerciarla in quei mesi in cui la ricerca si fa tanto sentire ed i prezzi sono così elevati?

« La novità del caso, la mancanza di metodi opportuni, la difficoltà dei trasporti credo siano stati finora gli unici, i maggiori incagli per lo sviluppo di un'industria, che potrebbe essere di vantaggio grande per la nostra agricoltura e per il nostro commercio ».

Queste parole semplici, dettate dalla situazione, stanno a testimoniare a quale livello si trovasse, alla fine del secolo scorso, l'industria della conservazione dei prodotti ortofrutticoli nel nostro Paese.

L'ing. Bonelli passava quindi in rassegna le cause di deterioramento delle frutta: cause prime, cause accidentali esteriori e microrganismi, e suggeriva una serie di metodi a suo avviso consigliabili per la loro conservazione: freddo artificiale, esclusione dell'aria, mezzi pulverulenti, antisettici, mezzi gassosi, mezzi liquidi e mezzi speciali e terminava l'interessante esposizione, riportando i risultati di alcune sue esperienze personali.

Il libretto ebbe fortuna, tanto che nel 1898 ne fu pubblicata una seconda edizione; ma il successo tecnico fu effimero, in quanto che nessuno pensò di trarre profitto da quei suggerimenti e passare ad azioni concrete. Occorsero circa 25 anni prima che sorgesse in Italia qualche impianto per la conservazione industriale dei prodotti ortofrutticoli; ed infatti allorquando io, nel 1920, intrapresi un viaggio attraverso il nostro Paese per rendermi conto di quanto si era riusciti a realizzare in materia, solo in pochi siti trovai non una vera e propria industria di conservazione dei prodotti ortofrutticoli, ma piuttosto delle applicazioni del freddo artificiale limitate alla prerefrigerazione.

A queste iniziative presto si aggiunsero lodevoli sforzi da parte delle nostre ferrovie per proteggere nel miglior modo i prodotti ortofrutticoli dalle alterazioni durante i trasporti. I nostri parchi ferroviari cominciarono ad annoverare carri refrigeranti con rifornimento di ghiaccio, carri ventilati, aerabili per mezzo di correnti d'aria, carri isotermici, sia ad intercapedine di aria che con strati di sugherite, ecc.

Questo complesso di provvidenze non tardò a produrre benefici effetti, ed infatti si deve proprio a queste iniziative se le nostre pesche poterono ben presto raggiungere i più lontani mercati europei ed in così grande quantitativi, che nella stagione estiva era difficile trovare nel centro e nel nord dell'Europa un mercato che ne fosse sprovvisto, e se i nostri piselli e i nostri fagiolini poterono a centinaia di vagoni varcare il confine e fare bella mostra di sè nei mercati della Germania, dell'Inghilterra, del Belgio, dell'Ungheria e della Svizzera.

Ma un altro procedimento fra quelli adombrati dall'ing. Bonelli merita di essere qui ricordato, se pure modificato nella sua concezione originaria, e non applicato nel nostro Paese: la conservazione dei prodotti ortofrutticoli per mezzo delle atmosfere speciali.

Io ho avuto più volte occasione di spiegare come le frutta e gli ortaggi negli ambienti chiusi soggiacciono, oltrechè ad una attiva respirazione, per cui si origina dell'anidride carbonica, a speciali processi di autodemolizione, per effetto dei quali dagl'idrati di carbonio e particolarmente dai composti zuccherini, si forma dell'alcool, mentre si sviluppa dell'altra anidride carbonica.

Fino ad un certo punto questi processi non incidono sulle proprietà organolettiche dei prodotti; basta però che l'anidride carbonica superi il 15 %, perchè si manifestino deleterie alterazioni fisiologiche, che rendono inutilizzabili le derrate. Siffatte alterazioni fisiologiche possono essere evitate limitando l'accesso dell'ossigeno; la vitalità del vegetale allora si attenua e la sua esistenza si prolunga.

Su questo principio è fondata la conservazione delle mele e delle pere con aria impoverita di ossigeno (per immissione di azoto) e arricchita moderatamente di anidride carbonica, quale si pratica in larga scala nei paesi anglosassoni.

Come ho già accennato, questo procedimento non è usato in Italia; solo alcuni anni fa, per mia iniziativa, esso fu sperimentato dalle nostre ferrovie per i trasporti di alcuni prodotti ortofrutticoli.

Venne all'uopo approntato un treno speciale, attrezzato con due gruppi di carri, ciascuno composto di tre elementi. Nel primo gruppo furono inseriti un carro comune, un carro isotermico e un carro refrigerante; nel secondo gruppo tre carri isotermici, attrezzati rispettivamente per esperimenti sull'azione delle miscele gassose speciali a temperatura originaria, delle stesse miscele a bassa temperatura e sull'azione dell'anidride carbonica, quale si ottiene dalla gassificazione del ghiaccio secco.

Fra il primo ed il secondo gruppo di vagoni vennero inseriti un bagagliaio, nel quale venne installato un piccolo laboratorio chimico, e una vettura per passeggeri, riservata al personale della Stazione chimico-agraria sperimentale di Torino e al personale dell'Istituto sperimentale delle Ferrovie.

Fu compiuto nel settembre del 1929 un viaggio con un carico di uva moscato da Terracina a Milano, e già era tutto disposto per compierne un secondo da Catania a Milano con vari prodotti ortofrutticoli quando, per mancanza di fondi, l'interessante sperimentazione dovette essere sospesa, sebbene il primo esperimento avesse dimostrato la possibilità di feconde applicazioni delle miscele gassose nel campo dei trasporti.

* * *

Ma la pura e semplice refrigerazione, pure essendo indiscutibilmente preziosa, non basta a risolvere in pieno il problema della valorizzazione del nostro patrimonio ortofrutticolo, poichè le frutta e gli ortaggi nelle camere fredde continuano a vivere, sia pure con ritmo rallentato, e perciò maturano e appassiscono, per cui nella maggior parte dei casi manca la possibilità di conservarli fino all'inverno e alla primavera successiva, periodo in cui le frutta e gli ortaggi difettano.

Per questo motivo si è sentito vivo il bisogno di disporre di un'arma più potente, e l'attenzione è stata rivolta al congelamento.

Giova ricordare qui che i prodotti ortofrutticoli possono essere semplicemente refrigerati, usando temperature di 1-2 gradi sopra zero, ma possono essere anche congelati impiegando temperature dell'ordine di 25-30 gradi sotto zero.

Nel primo caso le cellule, durante la loro permanenza nelle camere fredde, restano vive e col ritorno alla temperatura ordinaria ripigliano la loro normale attività; nel secondo caso soccombono, e i biocatalizzatori, non dominati più dal protoplasma, vanno alla deriva svolgendo un'attività caotica.

A scanso di equivoci mi affretto subito ad aggiungere che nessuna differenza, dal punto di vista alimentare, esiste fra cellule vive e cellule morte, eppertanto nessuna preoccupazione nei riguardi del potere nutritivo deve nutrirsi a questo riguardo.

Piuttosto nessuno pensi menomamente che congelare significhi esporre i prodotti ortofrutticoli alle basse temperature, tenerli nelle celle frigorifere finchè fa comodo, poi estrarli e portarli al mercato. Condizione *sine qua non* perchè i prodotti ortofrutticoli congelati rispondano alle esigenze alimentari è che essi, oltre ad essere preparati partendo da materie prime bene scelte, siano lavorati con determinate norme, che bisogna esattamente conoscere e scrupolosamente osservare.

Queste norme comprendono una serie di operazioni, che per essere strettamente connesse fra di loro, vanno sotto la denominazione di c a t e n a f r i g o r i f e r a, tipica espressione tedesca, la quale vuol significare che trattasi di operazioni concatenate, di cui nessuna può essere omessa nè trascurata, senza compromettere il risultato finale.

La catena naturalmente incomincia dalla campagna, cioè con la scelta delle sementi destinate a produrre la materia prima da sottoporre al congelamento e conseguentemente con le cure colturali, che caso per caso debbono essere adottate.

Qui un'importanza grandissima ha la questione della varietà, poichè, come è facile intuire, non tutte le varietà di una stessa specie si adattano al congelamento. Così, ad es., dei fagiolini solo alcune varietà mantengono il colore brillante e l'aroma caratteristico; e lo stesso dicasi dei piselli, delle fave, degli asparagi, delle fragole, ecc.

Alcuni ortaggi poi col congelamento assumono vere forme di degenerazione, che li rendono non commerciabili. Un esempio tipico è dato daj pomodori per insalata, di cui solo qualche anno fa, in seguito a pazienti ricerche, si è riusciti ad ottenere in America delle varietà adatte allo scopo, e lo stesso dicasi delle uve da tavola. A questo riguardo, all'intelligenza dei nostri agrari sono riservati seducenti problemi di genetica e di acclimatazione orticola.

Scelta la varietà, bisogna adottare le pratiche colturali appropriate: lavorazioni del terreno, irrigazione, concimazioni, e per i fruttiferi: potatura, trattamenti anticrittogamici e antiparassitari, momento della raccolta dei frutti, ecc. Tutte queste operazioni debbono essere eseguite con la massima cura, dipendendo fondamentalmente da esse il risultato finale.

Segue la questione dei trasporti, essendo necessario che i prodotti dal campo giungano allo stabilimento di lavorazione nel più breve tempo possibile.

A dare un'idea dell'importanza di questo fattore nell'industria della conservazione dei prodotti ortofrutticoli basterà ricordare la facilità con cui, ad es., i piselli ammassati si riscaldano, soggiacendo ai soliti processi di demolizione. Già dopo un giorno di permanenza alla temperatura di 20° C da un chilogrammo di piselli si sviluppano circa 3 litri di CO_2 e alla temperatura di 30° C circa 6 litri.

Se poi si lasciano in tali condizioni per diversi giorni, la valve dei baccelli si ricoprono di macchie biancastre o giallastre e la massa comincia ad emanare un odore sgradevole.

I fagiolini del pari si alterano facilmente, come conseguenza dell'attiva respirazione, che in essi si verifica, e della loro predisposizione a fermentare

in ambienti non aerati e non raffreddati. Da un chilogrammo di fagiolini ammassati si sviluppano in 2 giorni, a temperatura ordinaria, circa 1500 cc. di anidride carbonica, e a bassa temperatura circa 800 cc. in 10 giorni.

Una sapiente organizzazione del lavoro di raccolta, d'imballaggio e di carico in campagna e gli autocarri veloci, in ispecie se attrezzati espressamente per trasporti di prodotti ortofrutticoli, risolvono oggi abbastanza bene il problema. Naturalmente, di pari passo col lavoro di campagna e con i trasporti deve procedere l'organizzazione del lavoro negli stabilimenti.

Quivi giunta, la merce deve essere immediatamente selezionata e poi sbaccellata, se si tratta di piselli o di fave; spuntata, se si tratta di fagiolini; lavata a grand'acqua, se si tratta di spinaci, ecc. Per tutte queste operazioni l'industria, specialmente americana, ha approntato macchine potenti, capaci di lavorare a tonnellate queste derrate.

A questo punto si può passare ad un altro anello della catena: la stabilizzazione, importante operazione, riservata però solo alle verdure e agli ortaggi.

La stabilizzazione ha il doppio scopo di uccidere i germi che pullulano sulle derrate ed in pari tempo decomporre i fermenti solubili, i quali, resistendo alla bassa temperatura e mantenendosi attivi, provocano, durante la conservazione frigorifera e durante lo scongelamento, gravi alterazioni nel colore, nel sapore e nell'aroma.

Questa operazione si manda ad effetto scottando i prodotti per brevissimo tempo con acqua bollente o con una corrente di vapor d'acqua.

Grande importanza qui ha la durata del trattamento, che dipende dalla particolare struttura del vegetale, eppertanto varia da prodotto a prodotto e va determinata in precedenza caso per caso, servendosi della prova della catalasi.

Qui s'innesta l'importante questione delle vitamine, di cui diremo più oltre.

Subito dopo la scottatura il prodotto deve essere rapidamente raffreddato, immergendolo in acqua ghiacciata, dopo di che esso può passare nei recipienti di congelamento. Secondo la natura del vegetale si adotta ora il congelamento lento, ora quello rapido, ora l'ultra-rapido. Il primo è particolarmente indicato per i frutti addizionati di zucchero, o di sciroppo zuccherino, l'ultimo per gli ortaggi che richiedono l'impiego di mezzi congelanti fortemente raffreddati, in modo da ottenere una rapida caduta della temperatura della merce.

Il susseguente anello della catena comprende la chiusura dei recipienti, che deve essere ermetica, onde impedire comunicazioni del prodotto congelato coll'esterno, ed il deposito dei recipienti stessi nelle celle frigorifere. Si tenga al riguardo presente che ogni piccola comunicazione del prodotto con l'esterno porta a perdite di acqua, di sostanze aromatiche e della dotazione vitaminica, eppertanto finisce per danneggiare il prodotto.

Quale temperatura di conservazione è sufficiente generalmente la temperatura di 18-20° sotto zero. Alcune verdure tuttavia hanno esigenze

particolari; così ad es. i cavolfiori per mantenersi in ottimo stato esigono temperature intorno ai 30° sotto zero e gli spinaci intorno ai 35° sotto zero.

L'ultimo anello della catena comprende lo scongelamento.

Poichè in questa fase del processo i vegetali, oltre che a diventare molli, tendono a lasciare scolare parte del succo cellulare, nel quale sono disciolte importanti sostanze nutritive: sali minerali, composti zuccherini, acidi organici, vitamine, ecc., bisogna aver cura che esso non si disperda. A tale scopo le verdure e gli ortaggi, ancora congelati, vengono tuffati nell'acqua bollente ed in essa cotti, oppure direttamente stufati o svaporati.

Per le frutta, generalmente zuccherate, non occorrono a questo riguardo particolari cure.

* * *

Questa in complesso la tecnica del congelamento dei prodotti ortofrutticoli, con l'adozione della quale, avendo cura di eseguire scrupolosamente le operazioni sopra elencate, si riesce a preparare prodotti congelati impeccabili.

I piselli congelati, e con essi le fave, i fagiolini, i cavolfiori, gli spinaci, i carciofi, ecc., non hanno nulla da invidiare ai prodotti freschi, e non di rado li superano per vivacità di colore e squisitezza di sapore.

Naturalmente, nel cuocerli, bisogna trattarli in modo appropriato e ai consumatori, specialmente nel caso delle verdure e degli ortaggi, debbono essere date delle istruzioni precise, in modo che i vari prodotti non solo riescano saporiti, ma conservino inalterato il loro valore alimentare. A questo riguardo eccellenti servizi, come l'esperienza ha dimostrato, rendono le cucine sperimentali, che tanto favore incontrarono in Germania durante la recente guerra.

È appena il caso di aggiungere che le famiglie debbono aver cura di fornirsi di appropriati armadi raffreddabili, nei quali le derrate possano rimanere almeno a 10° sotto zero, alla quale temperatura i prodotti congelati si mantengono, senza deteriorarsi, per molti giorni.

II

La campagna, elemento fondamentale dell'industria

L'industria del congelamento dei prodotti ortofrutticoli, come abbiamo accennato, ha la sua base nella campagna, da cui proviene la materia prima per le lavorazioni, eppertanto chi attende alla preparazione di prodotti ortofrutticoli congelati, se non vuole avere alla fine del suo lavoro sgradevoli sorprese, deve prima di ogni altro interessarsi delle colture, cominciando dalle condizioni ambientali e dai terreni in cui le varie piante crescono, proseguendo con i lavori colturali, che in essi vengono eseguiti, per finire poi con l'osservazione

delle fasi di sviluppo dei vegetali e con le caratteristiche che di volta in volta li contraddistinguono, in modo da avere un controllo esteso e possibilmente completo su tutti i prodotti di partenza.

Terreni di coltura e condizioni ambientali

Che le condizioni ambientali, cioè il clima ed il terreno, influiscano sulle proprietà fisiche, chimiche e biologiche delle derrate, che in essi si producono, è semplicemente intuitivo e d'altronde sancito dall'esperienza.

Il clima intanto, quale risultato delle condizioni di calore, umidità, aria e luce, influisce direttamente sullo sviluppo dei vari vegetali, e nei riguardi dei terreni la predominanza di questo o di quell'altro componente esercita effetti palesi sulle caratteristiche dei vegetali stessi.

Alcuni ortaggi, come è universalmente noto, crescono bene solo in determinati tipi di terreno. I fagioli, ad esempio, amano i terreni silicei ed i loro caratteri si modificano sensibilmente se essi vengono coltivati in terreni calcari; le barbabietole, le carote e le fragole prosperano bene solo nei terreni argilloso-silicei o argilloso-calcari, piuttosto sciolti; i cardi, i carciofi, i piselli e i vari tipi di cavoli: cavolo di Bruxelles, cavolo broccolo, cavolfiore, cavolo rapa, ecc., nei terreni argillo-sabbioso-calcari, piuttosto freschi e profondi; i sedani-rapa nei terreni umiferi; gli asparagi nei terreni sabbiosi-calcari a reazione non eccessivamente alcalina (coltivati nei terreni ricchi di calce assumono, specialmente nel congelamento, aroma e sapore anormali), e così via.

Ma non è solo la natura del terreno che influisce sulle proprietà fisiche e chimiche dei prodotti ortofrutticoli; un'azione sensibile esercita altresì la ubicazione dei terreni stessi.

I peperoni, i cocomeri ed i finocchi esigono terreni con esposizione cosidetta calda, i carciofi ed i cetrioli terreni riparati dai venti freddi, i fruttiferi terreni collinari e località non battute dai venti, che fanno evaporare troppa acqua, ecc.

Per questo motivo nelle industrie conservative dei prodotti ortofrutticoli si dà molto peso alla cosidetta **provenienza**.

Il fattore varietà

Importanza non minore riveste la varietà del vegetale che si coltiva, poichè se essa è inadatta al congelamento, durante le varie operazioni si originano dei sapori, colori e aromi anormali, che rendono la derrata stessa non commerciabile, o quanto meno ne abbassano il valore.

Gli asparagi « Argenteuil », ad es., si prestano per il congelamento, ma gli asparagi bianchi, quando vengono congelati, perdono nella cottura il succo e diventano sfilacciosi. Un po' meglio si comportano le varietà: « Schwetzinger », « Braunschweiger » e « Geo ».

Dei cavoli-rapa vanno bene le varietà verdi e le violette, dei piselli le varietà a semi rotondi, di colore verde e con buccia resistente. Particolare

importanza in questi ultimi si dà al modo, con cui i baccelli si comportano nella sbaccellatura, nella quale i semi debbono lasciarsi separare senza restare deturpati o contusi.

Poichè è necessario per l'industria del congelamento prolungare più che è possibile il periodo di lavorazione, e con una sola varietà, sia pure adottando il sistema della doppia semina, difficilmente si riuscirebbe a prolungare sufficientemente il periodo di raccolta, bisogna coltivare in successione diverse varietà opportunamente scelte fra le precoci, quelle di media precocità e le tardive, in modo da avere per diversi mesi una produzione continua. Da noi questo risultato può essere raggiunto coltivando in successione le tre varietà, oramai naturalizzate nel nostro paese: « Espresso », « Orgoglio del Mercato » ed « Empipaniere ». Coltivando l'« Espresso » bisogna praticare la doppia coltura, una anticipata e l'altra posticipata e coll'« Orgoglio del Mercato » la coltura estiva e l'autunnale, intercalando fra le due quella dell'« Empipaniere ». Naturalmente nell'Italia settentrionale per procedere alla coltura anticipata dell'« Espresso », la cui semina si effettua alla fine di dicembre, bisogna ricorrere alla coltura forzata.

In America sono da tempo in commercio per lo stesso scopo diverse varietà di piselli a maturazione sempre più ritardata, oscillante generalmente dai 57 agli 80 giorni.

Le principali di queste varietà sono:

1) L'« Alaska » (« Express ») a semi piccoli, rotondi, lisci, di colore verde chiaro, che matura normalmente dopo 57 giorni dalla semina.

2) L'« Alaska 30 » con caratteristiche analoghe, ma due giorni più tardiva.

3) Il « Canadà Field » (« Campo del Canadà »), a semi piccoli lisci, di colore bianco-crema, che matura dopo 58 giorni dalla semina.

4) Il « Pedigree Extra Early » (« Principe Alberto Pedigree ») a semi rotondi, che matura nell'uguale periodo.

5) Il « Yukon », simile all'« Alaska », che matura nello spazio di 59 giorni.

6) L'« Ameer » (« Beautiful Claudit »), a semi rotondi, di colore verde-bluastro, che matura dopo 60 giorni dalla semina.

7) Il « Mammoth Podded Extra Early », a semi rotondi di color crema, che matura nello stesso periodo.

8) Il « Laxon Superb » (« Early Bird »), a semi di colore verde scuro, che matura dopo 61 giorni dalla semina.

9) Il « Willets Wonder » (« Meraviglia di Willet ») molto resistente al freddo, che matura nello spazio di 70 giorni.

10) La « Creole » (« Creola ») a semi rotondi, di solito lisci, ma talvolta un po' grinzosi, la cui maturazione avviene dopo 74 giorni dalla semina.

11) Il « White Marrowfat » (« Bianco adiposo »), a semi grossi e rotondi, che matura dopo 80 giorni dalla semina.

Altro prodotto, in cui il fattore varietà riveste particolare importanza, è la fava, della quale vanno prescelte le varietà a grossi baccelli, ma il cui

involucro seminale sia sottile, o quanto meno con tessuti delicati, in modo da avere un prodotto ottimo con la sola sbaccellatura, senza dovere ricorrere alla sbucciatura, che non può essere eseguita a macchina e che riesce troppo onerosa, se eseguita a mano.

Per i fagiolini vanno preferite le varietà senza filetto, che nella scottatura mantengano, più che è possibile, il colore verde brillante; per i cavolfiori le varietà fortemente aromatiche, quali si ottengono ad es. da noi in alcuni centri orticoli della provincia di Trapani; per le fragole le varietà carnose, con colore vivaci e fortemente aromatiche e così via.

Tipico è il caso dei funghi, alcuni dei quali, quali ad es. i boleti, dànno col congelamento ottimi prodotti, mentre altri, quali le amanite, a cui appartengono i funghi « reali », sono inadatti, poichè col congelamento diventano duri e tali restano anche dopo prolungata cottura.

Concimazione e irrigazione

Ma non è solo la varietà dei frutti e degli ortaggi che occorre curare per l'industria del congelamento; sul successo, specialmente nel caso degli ortaggi, influenza decisiva hanno spesso le pratiche rurali, soprattutto le concimazioni e l'irrigazione.

Fra le piante coltivate gli ortaggi sono quelli più esigenti in elementi nutritivi. Uno sguardo alla seguente tabella dimostra quali differenze intercedono, nei riguardi delle esigenze alimentari, fra il frumento ed i principali ortaggi:

Elementi nutritivi occorrenti per ottenere 1 ql. di prodotto

Derrata	Azoto kg.	Anidride fosforica kg.	Potassa kg.
Frumento	2,8	1,01	1,5
Ortaggi da radici e tuberi	3,5	0,13	4,3
Ortaggi da bulbi e fusti	3,7	0,15	3,1
Ortaggi da foglie	3,1	0,15	4,4
Ortaggi da semi	6,0	2,10	4,0

E poichè gli stessi ortaggi sono in pari tempo esigenti di acqua, ne segue che è necessario, oltre che concimarli, irrigarli convenientemente.

La concimazione in ispecie deve essere in particolare modo curata e possibilmente sempre con la guida dell'analisi fisiologica.

Si tenga presente a questo riguardo che:

a) Per l'azoto: I concimi azotati, sia nitrici che ammoniacali, determinano nelle piante un forte sviluppo dei tessuti parenchimatici, mentre gli elementi meccanici si riducono numericamente e le loro pareti,

come del resto anche le pareti cellulari dei parenchimi, diventano più sottili; intanto le cellule s'ingrandiscono. In causa della maggiore attività del processo fotosintetico e dell'accresciuta attività dell'amilasi sull'amido, che in quel processo si forma, aumenta nei succhi cellulari il contenuto in glucosio, che dagli organi assimilatori migra rapidamente verso il fusto e le radici. Anche l'acqua, che nei tessuti qui è contenuta in ricca quantità, si muove velocemente. Questi effetti si manifestano in modo tanto più marcato quanto più le piante difettano di acido fosforico e di potassa, anzi è stato al riguardo dimostrato che l'alterazione del ricambio in seguito ad una esagerata nutrizione azotata, più che ad un'azione specifica dell'azoto, è dovuta al disquilibrio fra l'azoto da una parte ed il fosforo ed il potassio dall'altra.

L'eccessiva concimazione azotata inoltre, prolungando il periodo di vegetazione della pianta e provocando un maggiore sviluppo degli organi vegetativi a scapito di quelli riproduttivi, determina ritardi nella maturazione dei frutti e nel caso di alcune frutta, quali le pesche, ne peggiora la qualità e le rende poco serbevoli. Sono state osservate anche alterazioni su piante da orto, dovute all'uso eccessivo di sali ammoniacali con effetti simili a quelli dell'alcalinità del suolo.

Anche la resistenza al freddo diminuisce nelle piante lautamente concimate con fertilizzanti azotati.

Però non tutti i fertilizzanti azotati si comportano ugualmente ed agiscono nello stesso modo di fronte ai vari vegetali. I nitrati ad esempio spesso si dimostrano più attivi dei sali ammoniacali, ed i nitrati alcalini più degli alcalino-terrosi. Il solfato di ammonio poi può determinare particolari modificazioni nel ricambio di alcune piante, essenzialmente per l'acidificazione che esso induce nel terreno per essere un sale fisiologicamente acido. Le barbabietole mal sopportano le concimazioni con sali ammoniacali, per lo meno colà dove la nitrificazione si effettua con una certa difficoltà, per cui si danno dei casi di colture di barbabietole, che, pure essendo state lautamente concimate con solfato ammonico, dimostrano una vera fame di azoto, e lo stesso dicasi dei piselli e dei lupini.

Interessanti sono anche gli effetti della carenza di azoto nei terreni. Già la deficienza di azoto ostacola lo sviluppo della parte aerea delle piante e dal punto di vista anatomico provoca la riduzione dei tessuti parenchimatici e anche dei tessuti meccanici, le cui pareti cellulari restano ispessite rispetto a quelle abbondantemente nutrite con azoto. In generale in difetto di azoto tutti i tessuti diventano rigidi e meno acquosi ed il succo cellulare diventa più acido. Il periodo vegetativo viene sensibilmente abbreviato. Negli alberi fruttiferi la deficienza di azoto determina spesso un'abbondante fioritura, seguita generalmente da scarsa fruttificazione.

b) Per il fosforo: La concimazione fosfatica esercita sotto certi aspetti effetti diametralmente opposti a quelli della concimazione azotata doviziosamente praticata, poichè non solo rinvigorisce la pianta, ma paralizza gli effetti negativi dell'azoto, anche se il potassio è deficiente. L'assorbimento elevato del fosforo poi determina un aumento nel grado di acidità

del succo cellulare, e produce l'allungamento delle cellule del palizzata, per cui le foglie si ispessiscono. Si nota anche un acceleramento nell'assimilazione dell'anidride carbonica con conseguente intensificazione dell'attività dell'amilasi (Petri).

Inoltre nelle piante riccamente fosforate aumenta la resistenza al freddo. Per contro la povertà di fosforo determina nelle piante la formazione di tessuti molli, sia per lo scarso sviluppo dei tessuti meccanici, sia per la minore turgescenza dei tessuti parenchimatici. Le derrate risultano pertanto sensibilissime alle manipolazioni e ai trasporti.

Le cellule in generale restano piccole, le foglie poco spesse, il fusto sottile e l'assimilazione del carbonio torpida. Essendo l'amilasi lenta nelle sue funzioni, i carboidrati migrano lentamente dalle foglie ed i tessuti restano poveri di materie zuccherine. Anche il succo cellulare risulta poco acido.

c) Per il potassio: Nelle piante, allorquando manca o è deficiente la potassa, l'amido stenta a formarsi; è solo nei tessuti in cui esso abbonda che gl'idrati di carbonio si formano in ricca quantità. Un esempio tipico offrono le patate e le barbabietole, grandi immagazzinatrici d'idrati di carbonio. In generale può dirsi che le quantità d'idrati di carbonio, che si depositano nei tessuti come sostanze di riserva, dipendono dalle quantità di potassio presente nei tessuti stessi.

Il potassio inoltre favorisce la penetrazione dell'acqua nelle cellule, proprietà comune del resto a tutti i cationi monovalenti, e la sua radioattività, per quanto debole, esercita una azione stimolante e acceleratrice sulla attività vitale del citoplasma. In generale i tessuti ricchi di potassio sono meno sensibili all'azione del freddo. Il contenuto in potassa del succo cellulare nelle piante lautamente concimate con fertilizzanti potassici supera notevolmente quello esistente nelle piante cresciute in terreni poveri di potassa. È stato anche osservato che nelle piante, abbondantemente concimate con sali potassici, si verifica un aumento del turgore cellulare e che il potassio, oltre ad attivare la migrazione dei carboidrati, mobilizza in forma solubile la calce ed esercita un'influenza indiretta sulla serbevolezza dei frutti. I frutti degli agrumi concimati abbondantemente con sali potassici presentano anche una buccia più sottile.

Si tenga infine presente che se la carenza di potassa nuoce anche perchè abbassa il rendimento delle colture, un eccesso, oltre che agire da deprimente, induce spesso nei vegetali modificazioni indesiderate, poichè arricchisce le derrate stesse eccessivamente di basi, ciò che dà origine nel congelamento a sapori secondari, spesso sgradevoli.

Giova a questo riguardo ricordare che le frutta e gli ortaggi, per la loro attitudine a produrre acidi, assorbono facilmente le basi, specialmente la potassa e la calce, che si legano cogli acidi organici, formando dei sali. Il fenomeno inverso si verifica con i fertilizzanti azotati, che tendono ad accumulare nei vegetali acidi organici, lasciando i vegetali stessi poveri di basi.

Nell'uno e nell'altro caso si hanno nel congelamento dei prodotti difettosi quali si osservano ad esempio lavorando gli asparagi e le fragole, che danno ottimi prodotti, solo se i vegetali sono concimati con quantità moderate di concimi azotati, fosfatici e potassici.

d) Per la sostanza organica: La materia organica, come è generalmente noto, si diffonde nella masse terrose avvolgendo i granuli sabbiosi e calcari e le particelle argillose, e aumentando così, anche per effetto della sua struttura lacunare, la capacità idrica dei terreni. Inoltre la materia organica, decomponendosi, provoca un aumento nella temperatura del suolo, e accrescendo la porosità del materiale terroso, attiva la circolazione dell'aria confinata nel terreno, ciò che a sua volta provoca un aumento dell'attività microbica.

Tutte queste circostanze incidono sui processi biologici delle piante che in esse vegetano, modificandone sensibilmente il ritmo ed il decorso. La materia organica finisce, almeno entro certi limiti, per agire con effetti non dissimili da quelli delle iperazotazioni. Il largo uso di letame, specialmente se accoppiato ad una abbondante irrigazione, eccita nelle piante ortensi lo sviluppo dei tessuti parenchimatici acquosi e provoca l'assottigliamento delle pareti cellulari degli sclerenchimi; le piante lentamente si avviano verso quella evoluzione, che in agricoltura è nota sotto il nome di ingentilimento. Si rammenta a questo riguardo che sia le piante da frutta che quelle da orto, che oggi noi coltiviamo, traggono origine dalle rispettive specie selvatiche, e che uno dei mezzi, con cui si riesce a migliorarle è la concimazione organica, integrata oppure no dalla minerale. Col procedere della coltura segue un notevole aumento delle dimensioni degli organi, accoppiato ad una più intensa attività dei tessuti clorofillici, donde la maggiore produzione dell'amido, e per conseguenza dei composti zuccherini, che ne costituiscono la forma mobile.

Con l'aumentare, nei succhi vegetali, dei composti zuccherini gli organi delle piante, e specialmente i frutti e le foglie, diventano sempre meno aspri, ma sempre più poveri di principi attivi e di aroma. Tipico è il caso delle uve da tavola, che coltivate nelle serre, dove si usa concimarle con dosi sovrabbondanti di letame ed irrigarle con elevate quantità di acqua, forniscono prodotti bensì molto appariscenti, ma quasi privi di aroma. I cavolfiori poi concimati lautamente con stallatico e abbondantemente irrigati, perdono la fraganza caratteristica e lo stesso dicasi delle fragole. L'attitudine delle piante a produrre con la concimazione letamata ed irrigua succhi sempre più zuccherini e sempre più dolci è specifica e come tale ereditaria. Solo trascurando la coltura, cioè abbandonando le piante a sè stesse, specialmente in terreni magri, i discendenti, evolvendosi lentamente a ritroso nel tempo, riprendono a capo di alcune generazioni le caratteristiche che possedevano i loro avi. Col progressivo rinselvatichimento tornano ad aumentare negli organi i principi attivi, non di rado tossici, donde i casi non infrequenti di intossicamenti più o meno gravi provocati dall'uso alimentare di tale piante rinselvatichite (Comes).

Ibridazione

Altro fattore che ha riflessi notevoli nell'industria del congelamento, specialmente per le piante orteusi, è la ibridazione, che, come è generalmente noto, si verifica spontaneamente in natura su larga scala, ma che può essere provocata artificialmente spolverando il polline di un fiore sullo stimma del fiore, che si vuole fecondare. Fra gli ortaggi si incrociano spontaneamente con estrema facilità i pomodori e non di rado l'incrocio conduce a prodotti commercialmente più pregiati che quelli di partenza.

Ma nei riguardi di questo fenomeno è meritevole di rilievo quanto diverso sia il giudizio, secondo che esso parte dall'agricoltore o dall'industriale.

Il pomodoro « San Marzano » ad es., fino ad alcuni anni fa, si distingueva per la sua polpa compatta e la buccia resistente al calore, per cui rappresentava un ottimo prodotto per la preparazione dei pomodori pelati, e requisiti analoghi col vantaggio di una maggiore ricchezza di composti zuccherini presentava il pomodoro « Fiaschetto », tipo di pomodoro a forma caratteristica di fiaschetto, che s'impiegava, e s'impiega ancora oggi, per la produzione delle salsine di pomodoro.

Sia il « San Marzano » che il « Fiaschetto », coltivati nella zona del Salernitano, avevano un ciclo ampio di produzione, che s'iniziava verso la seconda decade di luglio e finiva all'incirca verso la metà di ottobre. In quest'ultimo decennio per effetto delle ibridazioni spontanee si è verificata in entrambe le varietà una profonda evoluzione.

Il « San Marzano » fornisce oggi frutti con buccia poco resistente alla azione del calore ed il « Fiaschetto » ha ridotto sensibilmente il suo tenore zuccherino.

Anche il periodo di raccolta si è sensibilmente accorciato e va oggi all'incirca dalla terza decade di luglio alla metà di settembre. L'agricoltore chiama questa evoluzione miglioramento genetico, l'industriale invece la definisce degenerazione biologica.

Apirenismo e fitormoni

Ma sugli effetti del congelamento dei prodotti ortofrutticoli s'innesta ancora un altro interessante fenomeno biologico: l'apirenismo.

Il fenomeno ben noto di corpi fruttiferi privi di semi viene generalmente descritto quale pregio singolare di un organo ridotto alle sole parti utilizzabili come alimento e particolarmente ricco di sostanze zuccherine. Universalmente note sono le uve apirene, e con esse le mele, le nespole, i datteri, gli ananassi, ecc., nonchè, fra le varietà di arance coltivate in Sicilia, i « Tarocchi ovali » ed i « Tarocchi di Francoforte », entrambi rappresentati da grossi frutti di bell'aspetto con rari semi o del tutto apireni.

I principi fisiologici che presiedono a questo fenomeno sono: l'atrofia della funzione sessuale che normalmente si esercita nel polline e la sospensione

delle correlazioni normali di sviluppo fra frutto e seme. In alcuni casi cioè si ha un normale sviluppo di frutti, senza che si verifichi la fecondazione nei fiori da cui i frutti stessi provengono e si hanno allora i frutti partenogenici, che naturalmente non contengono semi (fichi, cetrioli, alcune varietà di mele e di pere, ecc.), in altri casi invece i frutti apireni si originano per il fatto che gli ovuli, pure essendo stati regolarmente fecondati, presto si arrestano nel loro sviluppo senza pregiudicare quello del frutto (banane, mandarini, uva sultanina, uva di Corinto, incroci di Pirovano, ecc.).

L'anomalia deriva generalmente da una particolare predisposizione degli individui, effetto delle speciali condizioni ambientali, cioè da una attitudine specifica del vegetale, in mancanza della quale il fenomeno non si produce malgrado il concorrere di tutte le circostanze favorevoli e si può invece spontaneamente verificare, anche in assenza di esse.

Le condizioni di sviluppo dei semi influiscono talora sulla forma dei frutti, ed infatti i frutti apireni presentano frequentemente una forma diversa da quelli normali, e non sono rari i casi, in cui, sviluppandosi i semi solo da una parte e crescendo la metà apirena meno dell'altra, il frutto risulta asimmetrico (Negri).

Ma l'apirenismo ha ancora un'altra origine, esso cioè può essere l'effetto di azioni ormoniche sul vegetale. Gli ormoni, come è generalmente noto, sono dei biocatalizzatori secreti da particolari ghiandole animali, i quali riversandosi nel sangue, vanno poi ad esercitare la loro azione specifica in determinati punti dell'organismo. Tali sono l'adrenalina, secreta dalle capsule surrenali, la tirosina elaborata dalle ghiandole tiroidi, l'insulina prodotta dal pancreas, ecc. Gli ormoni possono anche essere elaborati nella stessa parte dell'organismo, in cui essi fanno sentire la loro azione ed in tal caso agiscono, senza passare per il flusso sanguigno.

Ma gli ormoni non sono privilegio esclusivo degli organismi animali; anche i vegetali possiedono di questi biocatalizzatori, che vengono contradistinti col nome di fitormoni. Le prime osservazioni in proposito risalgono a Boysen-Jensen (1910), al quale si deve l'interessante rilievo che l'accrescimento delle piantine delle graminacee si arresta, se si taglia l'estremità del coleoptile, specie di guaina che circonda le prime foglioline della pianta. Questa però si riprende subito, se l'estremità recisa viene rimessa a posto, come se la regione apicale elaborasse dei prodotti, che diffondendosi verso il basso, stimolassero l'accrescimento del vegetale in altezza.

La natura di questi biocatalizzatori rimase per molti anni un mistero, fino a che si scoprì che le stesse sostanze, a concentrazione molto più elevata, sono presenti nella saliva e nell'urina. Da questo materiale fu possibile isolarli in quantità relativamente abbondante e studiarli esattamente. L'urina dell'uomo, contiene mg. 1 per litro di questi ormoni, che Kögl contradistinse col nome di auxine.

Successivamente egli isolò dal lievito altri composti dotati di attività analoghe, quali l'acido β-indolil-acetico, l'acido α-naftil-acetico, l'acido 2-4-dicloro-feno-ossiacetico, ecc. ai quali diede il nome di etero-auxine,

cioè auxine estranee, ma la cui presenza fu ben presto constatata nelle punte degli asparagi, nelle infiorescenze dei cavolfiori, nella cicoria, nelle carote, nelle barbabietole, ecc.

In complesso oggi noi conosciamo due auxine naturali: l'auxina *a* che è acido auxentriolico e l'auxina *b* che è acido auxo-anolico, nonchè tre gruppi di etero-auxine o auxine sintetiche.

Capolista del primo gruppo è l'acido β-indolil-acetico e a tale gruppo appartengono gli omologhi: acido β-indolil-propionico, β-indolilbutirrico ecc., nonchè i derivati: acido β-indossiacetico, β-indossiacetamide, ecc.

Capolista del secondo gruppo è l'acido α-naftil-acetico e allo stesso complesso appartengono gli omologhi: acido α-naftil-propionico, α-naftil-butirrico, nonchè i derivati: acido α-nafto-ossiacetico, la α-naftil-acetamide, ecc.

Capolista del terzo gruppo è l'acido 2,4-dicloro-feno-ossiacetico, e allo stesso gruppo appartiene l'acido 2-metil-4-cloro-feno-ossiacetico. I rappresentanti dei primi due gruppi vanno,come è generalmente noto, in commercio sotto le denominazioni di: auxano, auxilidina, endrop, fruitone, ormodina, ortomone, indanolo, rootone, transplantone, ecc.; quelli del terzo gruppo sotto le denominazioni di: 2-4D, agroxone, cloroxone, metoxone, weedone, ecc.*

Ora tutti questi composti, oltre a varie azioni generiche sullo sviluppo delle radici, sull'allegagione di numerosi fruttiferi e piante da orto e da fiori, sono capaci di esercitare delle azioni specifiche sull'apirenismo sia dei frutti che degli ortaggi. Basta spolverizzare a più riprese una soluzione di ormoni sugli alberi in fiore per avere a suo tempo arance, limoni, pompelmi, ecc. totalmente sprovvisti di semi.

Nel caso degli ortaggi ha grande importanza la concentrazione, a cui si adopera la soluzione ormonica.

Se ad es. si irrora sulle infiorescenze dei pomodori, delle melanzane, dei cocomeri, ecc. una volta alla settimana durante la fioritura, una soluzione di fruitone, preparata sciogliendo un cucchiaino di fruitone in 4 litri di acqua, si ottiene una migliore allegagione ed un raccolto più abbondante, ma se la concentrazione della soluzione si eleva a 2 cucchiaini in 3 litri di acqua, oltre al raccolto elevato, si ha il vantaggio di ottenere dei frutti senza il normale processo fecondativo. Ora tutto questo porta a variazioni nella biologia dei prodotti ortofrutticoli, che alla loro volta obbligano a modificazioni nelle operazioni industriali. Vantaggiosa è la produzione di prodotti apireni non solo nel caso dei pomodori, ma altresì in quello delle melanzane, poichè le melanzane ricche di semi, quali si ottengono specialmente a stagione inoltrata, danno nel congelamento prodotti grossolani.

---

* Oltre alle auxine e alle etero-auxine sono attive nell'esaltare l'accrescimento rettilineo per distensione numerose altre sostanze: lo scatolo, l'acido fenil-acrilico, l'acido cumaronil-3-acetico, l'ossido ed il perossido di benzoile, il triptofano, l'acido malico, l'acido mucico, l'adenina, la xantina, l'ipoxantina, la cisteina, l'asparagina levogira, la valina, l'acido lattico, l'etilene, l'acetilene, l'ossido di carbonio, ecc.

Acclimatazione

Non minore importanza, ai fini delle industrie conserviere, hanno i processi di acclimatazione.

Alcuni prodotti ortofrutticoli, specialmente gli ortaggi, si sviluppano bene solo in determinate condizioni ambientali e perciò in determinate zone agricole, e teoricamente, per avere una merce di pregio, non ci sarebbe che lavorarli nei siti, in cui essi trovano le migliori condizioni di sviluppo, o importarli da tali siti.

Praticamente però il problema non è così semplice, poichè colà dove esistono queste condizioni privilegiate, spesso mancano gli stabilimenti di lavorazione e dove esistono gli stabilimenti, spesso difettano le condizioni ambientali appropriate, e poichè i trasporti, oltre che onerosi, sono spesso tecnicamente difficoltosi, è evidente la necessità di precedere, per lo meno quando è possibile, ad opportune acclimatazioni.

Giova a questo riguardo ricordare che nei vegetali le masse protoplasmatiche, crescendo, si sforzano, attraverso una gestazione complessa, di adattarsi alle condizioni ambientali. Quando cioè una pianta, naturalmente o artificialmente, viene a trovarsi in condizioni di temperatura, luce, aerazione e umidità diverse da quelle abituali, essa modifica il suo ricambio adattandolo, talora con passo vigoroso, al nuovo clima e riesce così spessso a prosperare anche nel nuovo ambiente.

L'adattamento si attua di regola con facilità, se l'estensione dello spostamento è piccola, ma se l'acclimatazione deve essere conseguita con un cambiamento di clima molto marcato, ciò che si verifica spesso negli adattamenti arborei, per avere risultati favorevoli, occorrono particolari cure, e soprattutto una felice scelta dei soggetti, che debbono essere in ogni caso giovani e sani, migrazione lenta, passaggio progressivo e graduale da un clima all'altro, protezione secondo i casi contro il caldo o contro il freddo, ecc.

Con la selezione dei semi e dei soggetti, si può anche qui giungere alla naturalizzazione.

Le piante coltivate offrono numerosi esempi di queste realizzazioni e basterà all'uopo ricordare i cereali, alcuni dei quali oggi non solo prosperano, ma sono diventati altamente produttivi nei nuovi ambienti, per effetto della maggiore durata giornaliera della luce solare nei nuovi siti.

Nell'acclimatazione delle varie specie vegetali un'azione preponderante esercita non solo il fattore termico, ma anche il fattore idrico, poichè se è vero che per lo sviluppo di ogni vegetale occorre una certa quantità di calore, distribuita lungo il periodo vegetativo, anche l'acqua, sia allo stato liquido che di vapore, costituisce un fattore di non trascurabile importanza.

Nei casi in cui l'acclimatazione, per effetto di scarsa accomodabilità del vegetale, presenta delle difficoltà, resta sempre la risorsa della variabilità individuale, cioè la possibilità di selezionare, fra gl'individui di quella determinata specie, quei soggetti, che presentano una maggiore adattabilità. In

questo caso, però, quando in una serie di generazioni successive si riesce, mediante la metodica eliminazione dei soggetti meno appropriati, ad ottenere un tipo che risponda allo scopo, giova tener presente che la selezione non crea caratteri nuovi, ma semplicemente permette di ricavare da un certo numero d'individui, che presentano delle differenze sensibili, uno o più soggetti capaci di costituire dei nuovi nuclei centrali e vitali.

Riportando le piante nei siti originari, queste variazioni spesso col tempo scompaiono. Nel segreto di queste evoluzioni risiede spesso il successo dell'industria del congelamento.

Momento della raccolta

Altro punto delicato delle operazioni di campagna è la tecnica e la scelta del momento, in cui i vari prodotti debbono essere raccolti.

I prodotti ortofrutticoli, per dare ottimi risultati nel congelamento, debbono, come regola generale, essere raccolti nel momento più adatto: i frutti quando hanno quasi raggiunto la completa maturazione e gli ortaggi nella fase ottimale della loro evoluzione e del loro sviluppo, che di regola coincide col grado più elevato di appariscenza, sapore e aroma.

Tutto ciò naturalmente con le debite eccezioni; così ad es. i frutti che per la loro debole resistenza ai trasporti hanno bisogno di essere raccolti incompletamente maturi, possono essere ugualmente impiegati per il congelamento, a condizione però che una breve permanenza in stanze adatte, prima di iniziare la lavorazione, li porti a maturazione completa o quasi.

Per gli ortaggi, che normalmente vengono raccolti prima del completo sviluppo, come è il caso dei piselli, il momento più appropriato per la raccolta si lascia decidere da prove speciali.

Largamente usato per tale scopo è il **tenerometro**, speciale apparecchio con cui si determina la consistenza dei piselli, naturalmente previa sbaccellatura. I piselli debbono segnare al tenerometro valori compresi fra 65 e 95. I piselli che segnano oltre 65 e fino a 100 costituiscono prodotti infidi nei riguardi del congelamento e quelli poi che forniscono valori superiori a 100 vanno senz'altro scartati siccome troppo amidacei e duri.

Utili indicazioni il tenerometro fornisce ancora con gli asparagi, specialmente se contemporaneamente si procede alla determinazione della sostanza secca, della fibra greggia e della ricchezza in acido ascorbico.

I broccoli, i cavolfiori ed i cavoli di Bruxelles hanno in determinate fasi del loro sviluppo un contenuto particolarmente elevato di acido ascorbico, eppertanto la determinazione di questa vitamina in detti ortaggi costituisce un ottimo mezzo per conoscere il momento meglio adatto per la loro raccolta.

Anche le determinazioni della sostanza secca totale, delle sostanze solubili e della ricchezza zuccherina dànno per lo stesso scopo preziose indicazioni.

In ogni caso le derrate debbono essere fresche, turgide ed esenti da difetti. Le parti guaste o lignificate, che col congelamento si renderebbero sgraditamente rimarchevoli, vanno eliminate.

Le migliori condizioni per ottenere eccellenti prodotti nel congelamento si hanno quando la raccolta è fatta nelle ore mattutine del giorno stesso, nel quale i prodotti debbono essere lavorati; giammai i prodotti ortofrutticoli destinati al congelamento debbono essere raccolti nelle ore calde della giornata.

Dalla campagna al congelatore

Eseguita la raccolta, restano da risolvere due importanti problemi:

1) l'imballaggio delle derrate fresche nei campi di produzione;

2) il trasporto delle derrate stesse dal campo allo stabilimento di lavorazione.

Qui nuovi e non meno delicati problemi biologici, essenzialmente per il fatto che i fermenti organici restano attivi, anche se le derrate vengono fortemente raffreddate, e lo stesso dicasi dei fermenti organizzati che pullulano sulle derrate stesse. Dettagli su questi processi biologici si trovano in una relazione dal titolo: *La chimica dei trasporti delle derrate alimentari*, che io feci in occasione del IV Congresso nazionale di Chimica applicata tenutosi in Roma nel 1932 *. Rimandando per più ampie notizie a tale pubblicazione, qui dirò solo che gli ortaggi, appena raccolti, debbono anzitutto essere liberati dalle particelle terrose e dalle parti avvizzite, poi, suddivisi per grandezza, debbono essere inviati allo stabilimento razionalmente imballati. Si tenga presente al riguardo che quasi tutti i prodotti ortofrutticoli polposi, piuttosto consistenti, hanno requisiti organolettici migliori appena raccolti; poscia essi lentamente li perdono.

Alcuni, quali ad es. le fragole, i lamponi, gli asparagi, i piselli, ecc., sono al riguardo così sensibili, che bastano poche ore perchè le modificazioni siano già apprezzabili. Chi ha avuto occasione di eseguire esperimenti comparativi col riguardo, sa quale differenza corre fra un prodotto congelato appena raccolto e un altro lavorato anche dopo un solo giorno dalla raccolta.

In effetti molti cambiamenti, che comportano modificazioni nelle proprietà organolettiche e biologiche, per le quali alcune derrate sono ricercate, si verificano nelle prime 24 ore dalla raccolta, e più rapidamente a temperatura ordinaria che a bassa temperatura. Per effetto dei processi respiratori, e anche per trasformazione in amido, una parte dei composti zuccherini scompare, e ciò particolarmente in alcuni ortaggi, quali ad es. i piselli. Alcune verdure poi, lasciate in ambienti non refrigerati, formano, sia pure in tenue quantità, sostanze semilegnose, per cui le verdure induriscono e richiedono molto tempo per cuocere.

Nè si limitano qui le perdite conseguenti ai ritardi della lavorazione. I fagiolini ed i piselli, lasciati dopo la raccolta per 24 ore sul pavimento di una

---

* Vedi anche: SCURTI, J. I microrganismi che pullulano sulle frutta e sulle verdure e le condizioni per il loro sviluppo. *La difesa delle piante*. Luglio–agosto 1946.

stanza a temperatura ordinaria, perdono circa 50 % del loro acido ascorbico e nelle stesse condizioni gli asparagi ne perdono circa 40 % e gli spinaci circa 20 %.

Nessuna perdita subisce la tiamina (vitamina B_1), ma gli asparagi perdono il 22 % di riboflavina (vitamina B_2) e gli spinaci ne perdono 5 %. Per quest'ultima vitamina le perdite sembra siano dovute all'azione della luce.

Con i vecchi sistemi dell'industria conserviera non era necessario portare rapidamente la merce fresca dal campo allo stabilimento, poichè nella lavorazione si verificavano tali e tanti cambiamenti che la velocità dei trasporti finiva per incidere poco o nulla, ma col congelamento più fresca e più integra la merce giunge allo stabilimento e più pregiati risultano i prodotti.

Tecnica agraria e tecnica frigorifera

Le deduzioni, che discendono da tutti questi rilievi, sono evidenti. Sui prodotti ortofrutticoli s'innesta tutto un mondo di mobili forze vitali, che ne modificano più o meno sensibilmente i caratteri, e tutto ciò incide sulle operazioni tecniche, a cui i prodotti vari in parola vengono assoggettati. È pertanto indispensabile conoscere e, nei limiti del possibile, saper dominare siffatte forze, se si vogliono in modo costante ottenere prodotti congelati ineccepibili sia nelle proprietà organolettiche che in quelle nutritive.

Preciso: non che la tecnica frigorifera costituisca per il risultato finale un fattore accessorio, da collocare in una attività marginale. Tutt'altro. Se oggi l'industria del congelamento dei prodotti ortofrutticoli può vantare tanti e così notevoli successi, lo si deve essenzialmente alla tecnica frigorifera, che ha saputo approntare congegni di prim'ordine e risolvere ardui problemi delle lavorazioni, ma con i prodotti della terra tutto ciò non basta, poichè le macchine avulse dalla campagna non rendono abbastanza, o quanto meno nella generalità dei casi non permettono di raggiungere in pieno lo scopo.

Solo dedicando ai vegetali particolari cure, scegliendo le varietà adatte, coltivandole in terreni appropriati, concimandole e irrigandole a dovere, proteggendole da ibridazioni indesiderate, raffinandole con i sistemi moderni di coltura e portandole agli stabilimenti come si conviene, è possibile ottenere materie prime scelte e con esse prodotti congelati di pregio.

III

La stabilizzazione degli ortaggi

Come abbiamo accennato nelle prime pagine di questa nota, un altro anello importante della catena frigorifera è la pratica della stabilizzazione, la quale consiste in una vera e propria scottatura, alla quale vengono assoggettati gli ortaggi (non le frutta) prima del congelamento, affinchè nella loro conservazione allo stato congelato si mantengano in perfetto stato.

Ma all'uopo occorre qualche chiarimento.

Gli enzimi degli ortaggi e le loro attività

I vegetali, come è universalmente noto, contengono dei biocatalizzatori, detti enzimi, i quali in piccolissima quantità sono capaci di esercitare particolari azioni sui processi chimici, di cui i vegetali sono sede. Poichè essi non prendono parte diretta alle varie reazioni, e durante i processi che essi influenzano restano inalterati, sono sempre in grado di rinnovare l'uguale azione sugli stessi processi.

Le cellule vegetali possiedono due gruppi di siffatti enzimi: le idrolasi, che disintegrano i vari materiali utilizzando gli elementi dell'acqua, e le ossidasi, che assorbendo l'ossigeno demoliscono i complessi organici, dando origine a composti più semplici e di più basso valore energetico.

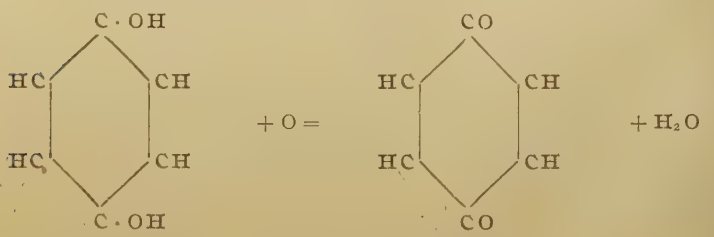
Alle prime appartengono le proteasi, che idrolizzano le albumine formando prima polipeptidi e poi aminoacidi, le lipasi che scindono i grassi in acidi grassi e glicerina, le amilasi che idrolizzano l'amido formando prima destrine e poi composti zuccherini, le fitasi che scindono la fitina in inosite ed acido fosforico, le inulasi che idrolizzano l'inulina formando fruttosio, le pectinasi che scindono le sostanze pectiche formando zuccheri riduttori, ecc.

Alla seconda categoria appartiene tutto quel complesso di enzimi, che presiede ai fenomeni di respirazione cellulare, per cui dai composti organici si sviluppa anidride carbonica, la quale però non è il prodotto diretto della ossidazione dei nuclei carboniosi delle sostanze organiche, ma piuttosto il prodotto di reazioni secondarie di decarbossilazione, nelle quali intervengono le carbossilasi.

Al gruppo delle ossidasi appartengono altresì le fenolasi, le perossidasi, ecc.

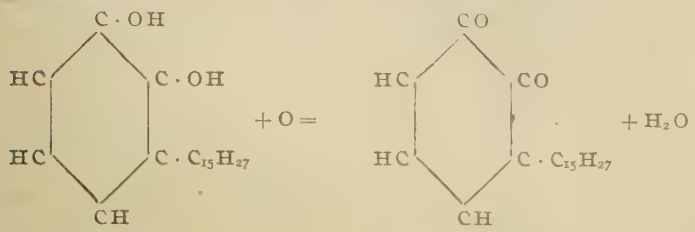
L'annerimento o l'imbrunimento delle sezioni, esposte all'aria, delle mele, delle pere, delle pesche, delle albicocche, delle ciliege bianche, ecc., è dovuto precisamente all'attività di questi enzimi, che assorbendo l'ossigeno dell'aria, trasformano i fenoli poliatomici, presenti in quelle derrate, nei rispettivi chinoni.

Così ad esempio dall'idrochinone si forma il chinone:



Idrochinone Chinone

in modo perfettamente identico dall'urushiolo, fenolo poliatomico contenuto nella lacca del Giappone, si forma l'urushiol-chinone:



Urushiolo — Urushiol-chinone

Dai chinoni ai pigmenti colorati il passo è breve, poichè questi altro non sono che prodotti di condensazione dei chinoni cogli aminoacidi o con le sostanze proteiche.

Anche le perossidasi, che sostituiscono le fenolasi in tutte le frutta, le cui sezioni non imbruniscono all'aria, hanno la proprietà di catalizzare l'ossidazione dei polifenoli. Il fermento però qui agisce sul perossido d'idrogeno e l'attività ossidante è spiegata dall'ossigeno, che si libera da quel composto.

Tutto ciò però ad una condizione, e cioè che l'attività degli enzimi si svolga in condizioni normali, cioè nelle cellule viventi e sotto il dominio del protoplasma, che presiede alla esplicazione delle loro attività e le coordina in una armonica e fattiva collaborazione.

Se la cellula muore, come nel caso dei prodotti congelati, ed il protoplasma conseguentemente cessa anch'esso di vivere, quella collaborazione viene meno e gli enzimi, che non avendo vita sopravvivono alla morte delle cellule, cominciano a sviluppare un'attività irregolare, generando delle sostanze che normalmente non figurano fra i prodotti del ricambio.

Così ad es. mentre nelle cellule viventi l'autolisi delle sostanze proteiche conduce, come abbiamo detto, ai polipeptidi e poscia agli aminoacidi, da cui poi attraverso l'asparagina e la glutamina si rigenerano le sostanze proteiche, nelle cellule morte la formazione dei polipeptidi e degli aminoacidi procede come prima, ma poi il processo degenera ed in luogo di asparagina e glutamina si formano amine, prodotti di sapore e odore sgradito.

La trimetilamina, che si trova nella salamoia delle aringhe e nei pesci putrefatti, ha precisamente questa origine.

Con questi processi hanno anche tratto alcune trasformazioni, che si verificano nella conservazione frigorifera dei prodotti congelati e che si manifestano in colorazioni grigie o brune dopo la cottura o in fenomeni di viscosità o sfilacciosità.

Anche la scomparsa dell'aroma nei frutti, quale spesso si osserva nei casi di imperfetta conservazione a bassa temperatura, deriva dalla scissione degli eteri composti e soprattutto dell'acetato di amile, per anormale

attività enzimatica e della stessa natura è l'origine del sapore di mandorle amare che compare talvolta, dopo una prolungata conservazione, nelle ciliege, nelle albicocche ed in altre frutta a nocciolo, dove in seguito ad una attività irregolare dei fermenti, si verifica la scissione dell'amigdalina in glucosio, benzaldeide e acido cianidrico.

* * *

Bisogna assolutamente evitare che nei prodotti congelati avvengano processi di questo genere, che compromettono la commerciabilità e talora anche la edulità delle derrate, e all'uopo non vi ha che un mezzo: paralizzare l'attività degli enzimi.

Si conoscono diversi mezzi per raggiungere questo scopo, ed infatti distruggono gli enzimi molti sali di metalli pesanti, quali ad es. il cloruro mercurico, il nitrato di argento, il solfato di rame, il nitrato di piombo, ecc., ma essi sono velenosi anche per l'uomo e quindi da scartare per il trattamento dei prodotti ortofrutticoli.

Anche i limiti estremi della concentrazione idrogenionica rendono inattivi gli enzimi e di tale proprietà si profitta ad es. nella preparazione dei sottoaceti: « Sauerkraut », cetrioli sotto aceto ecc., ma si tratta di applicazioni particolari, che non possono avere largo raggio di azione. Il mezzo più pratico e di sicura efficacia è l'impiego del c a l o r e .

Gli enzimi infatti sono pressochè insensibili alle basse temperature, tanto che nei prodotti congelati essi si mantengono attivi a 10° ed anche a 20° sotto zero (dopo lo scongelamento delle derrate essi dimostrano una attività talvolta superiore a quella che avevano all'inizio), ma per contro sono oltremodo sensibili verso le temperature elevate, che li decompongono rapidamente. A partire da 55° essi cominciano ad essere annientati in modo irreversibile dal calore. Basta pertanto una esposizione delle derrate ad una temperatura appropriata perchè la pericolosa attività di questi agenti scompaia.

La esposizione per breve tempo degli ortaggi stessi, prima del congelamento, all'azione dell'acqua bollente o di una corrente di vapore d'acqua ha precisamente questo scopo. Il calore agisce sulla parte proteica degli enzimi, provocandone la flocculazione, che, estremamente lenta a temperatura ordinaria, procede celermente a +50°C e a 100° è così rapida che pochi minuti sono sufficienti per ottenere la coagulazione completa dei fermenti.

L'opportunità di insistere più o meno col calore dipende dal volume degli spazi vuoti che le diverse derrate contengono, e che, essendo diversi da derrata a derrata, influiscono variamente sulla conducibilità calorifera.

Così, ad es., mentre per l'inattivazione dei fermenti degli spinaci è sufficente una esposizione della derrata a 100° per 1-2 minuti, per i piselli occorrono 3 minuti, per i fagiolini verdi ed i cavolfiori 3-5 minuti, per gli asparagi 2-5 minuti e per i sedani 2-6 minuti.

I carciofi poi immersi in acqua bollente raggiungono facilmente nello spazio di 4-6 minuti, anche nel loro interno, la temperatura di 90°, ma

per distruggere i fermenti in modo che le loro sezioni dopo lo scongelamento non imbruniscano, occorre che il riscaldamento sia prolungato per 7-9 minuti. La necessità di un riscaldamento così prolungato nei carciofi deriva dal fatto che essi contengono una catalasi relativamente debole, che viene distrutta in 4 minuti dall'acqua bollente e per contro una perossidasi resistente al calore, che richiede per la completa inattivazione 9 minuti. In questo caso bisogna prolungare la scottatura per assicurare una regolare conservazione frigorifera del prodotto congelato.

La scottatura presenta il grande vantaggio di stabilizzare almeno per 1 anno i prodotti, però il trattamento non è esente da inconvenienti.

Gli spinaci, ad es., scottati per 2 minuti perdono circa 30 % della sostanza secca totale ed i piselli dopo 5 minuti perdono circa 25 % delle loro materie zuccherine.

Occorre pertanto, nel mandare ad effetto tale operazione, ridurre quanto più è possibile il volume dell'acqua calda o adottare durate minime di immersione. Meglio, quando si può, è di eseguire la scottatura per mezzo del vapore d'acqua.

A dare una idea delle perdite che si verificano nella scottatura, sia con acqua bollente che con la corrente di vapor d'acqua, serve la seguente tabella, nella quale sono riportate le perdite che subiscono i piselli.

Perdite in sostanze nutritive che i piselli subiscono con la scottatura a mezzo dell'acqua bollente e del vapor d'acqua

	Piselli non scottati	Piselli scottati col vapore per 85 secondi	Piselli scottati con acqua bollente per 60 secondi
Sostanza secca	22,70	22,57	22,24
Zuccheri totali	7,00	6,88	6,05
Amido e sostanze affini	2,04	2,03	2,02
Idrati di carbonio solubili	6,41	6,38	6,25
Grassi (estratto etereo)	0,42	0,42	0,42

Come si vede, mentre con la scottatura con acqua il contenuto zuccherino dei piselli si abbassa da 7 a 6, con l'impiego del vapor d'acqua non si verificano perdite sensibili.

Fu precisamente in causa di queste perdite che la scottatura venne per molto tempo osteggiata e tardò ad entrare nella pratica, ma poscia, constatati i vantaggi incontestabili del trattamento, ogni diffidenza scomparve.

Quando si tratta di proteggere i prodotti soltanto dalle attività delle ossidasi, come in alcuni frutti, si può con profitto ricorrere al congelamento nel vuoto o in ambiente di gas inerti, e uguale risultato si può raggiungere

congelando il prodotto nello sciroppo di zucchero, ovvero stratificandolo con zucchero in polvere. D'altronde lo zucchero con l'acqua della derrata forma dello sciroppo, che penetrando nell'interno, scaccia l'aria dagli spazi vuoti.

Le verdure che escono dall'apparecchio di scottatura sono calde e restando a lungo in questo stato perderebbero il colore e in parte anche l'aroma. Occorre pertanto, ultimata l'operazione, tuffarle immediatamente nell'acqua ghiacciata, ma qui altri pericoli. Il nuovo trattamento infatti può costituire una ulteriore sorgente di perdite di sostanze solubili, specialmente se il raffreddamento viene prolungato eccessivamente e l'acqua ghiacciata viene adoperata in quantità esagerata. Occorre pertanto nel mandare ad effetto questa operazione, limitare la durata del raffreddamento allo stretto necessario ed adottare un rapporto minimo fra acqua e derrata. Prove preliminari sono indispensabili caso per caso.

Controllo della stabilizzazione per mezzo della catalasi

Per controllare se la inattivazione dei fermenti è completa o meno si ricorre alla prova della catalasi, ma a questo riguardo occorre qualche delucidazione.

Fra i numerosi fermenti solubili che gli ortaggi ospitano, ve ne è uno con proprietà singolari, la catalasi, che scinde l'acqua ossigenata in acqua e ossigeno molecolare, secondo l'equazione:

$$2\ H_2O_2 = 2\ H_2O + O_2$$

La catalasi si riscontra in tutte le piante e in tutti i tessuti e la sua funzione principale è quella di scindere e smaltire il perossido d'idrogeno, che si forma nelle ossidazioni intraorganiche e che essendo tossico agirebbe sinistramente sulla integrità chimica del protoplasma.

La catalasi agisce nel miglior modo ad un P_H di 7 e la sua peculiarità, di fronte agli altri enzimi, consiste nell'essere relativamente resistente al calore, nel senso che quando la catalasi diventa inattiva, si può essere sicuri che tutti gli altri enzimi sono divenuti inattivi. Anche l'ossidasi dell'acido ascorbico viene col calore distrutta all'incirca con la stessa velocità della catalasi.

Di questa proprietà della catalasi si profitta per controllare il grado di stabilizzazione degli ortaggi dopo la scottatura; il riscaldamento preventivo deve essere prolungato fino a che la prova della catalasi risulta negativa o debolissima.

Non manca invero qualche eccezione. Noi abbiamo già fatto cenno dei carciofi, ma anche i funghi e poi gli ortaggi, che contengono, oltre alla catalasi, dei fermenti ossidanti del gruppo delle fenolasi e delle perossidasi, mantengono attivi alcuni fermenti anche dopo la distruzione della catalasi. In questo caso per il controllo della stabilizzazione può essere utilizzata

la proprietà, che le sezioni di questi ortaggi hanno, di imbrunire o annerire all'aria.

Praticamente la prova della catalasi si manda ad effetto nel seguente modo.

Si spezzetta o si schiaccia una piccola quantità della verdura scottata e si tratta in un tubo da saggio con H_2O_2 diluita a circa 1 %. Una rapida ed intensa formazione di gas indica che la catalasi non è stata totalmente decomposta; poche bolle gassose o una formazione di gas dopo lungo tempo sono senza significato.

Volendo procedere ad una estimazione quantitativa, si fa uso di uno degli apparecchi a fermentazione, che sono stati costruiti a tale scopo. Il più usato è quello di Liebermann, il quale consta di un tubo con diversi reparti, sormontato da un piccolo tubo ad U graduato, che si riempie di mercurio fino allo zero. Si introduce in questo tubo un determinato peso del materiale da provare, precedentemente sminuzzato in un mortaio di vetro o di porcellana e con esso del carbonato di calcio e della sabbia silicea. Si aggiunge quindi dell'acqua distillata e poscia dell'acqua ossigenata.

Dalla quantità di ossigeno che si sviluppa si deduce la quantità di catalasi ancora presente nella verdura.

* * *

Nei primordi dell'industria gli ortaggi venivano congelati senza alcuni trattamento preventivo: i risultati però erano tutt'altro che soddisfacenti. Gli ortaggi mantenuti a 30 e 40° sotto zero in certo qual modo conservavano le loro proprietà organolettiche e nutritive, ma a 15-20° sotto zero, quali sono le temperature più convenienti nella pratica, la maggior parte dei prodotti sviluppava nello spazio massimo di 6 mesi, un odore e un sapore disgustoso di fieno.

Dati sperimentali particolarmente interessanti comunicarono al riguardo Kertess, Deaborn e Mack.

Dei piselli che erano stati scottati per tempi diversi con la corrente di vapore, poi congelati rapidamente a -33° C, e conservati a -7° C, subirono le seguenti perdite di vitamina C:

	Durata della scottatura in minuti				
	0	0,5	1	2	3
Diminuzione della vitamina C in 2 mesi %	75	40	20	20	20

Per contro il contenuto in vitamina C restò praticamente costante conservando i piselli a -18° C. La perdita di vitamina C qui va attribuita ad una ossidazione non fermentativa.

Con la scottatura invece è possibile raggiungere una completa distruzione degli enzimi e stabilizzare sufficientemente il valore nutritivo e le

proprietà organolettiche degli ortaggi destinati al congelamento, per modo che nella conservazione frigorifera non si verifichino cambiamenti non desiderati nel sapore, nel colore e nell'aroma.

È ben vero che la scottatura comporta una diminuzione di sostanze nutritive, ma siffatte perdite con la lavorazione razionale possono essere mantenute entro limiti molto ristretti.

Ad eccezione delle insalate e dei pomodori interi per insalata, oggi tutte le verdure, che debbono essere congelate, vengono regolarmente scottate.

E ci si guadagna anche sotto altri punti di vista, poichè con molti ortaggi, come con i piselli, i fagiolini, gli spinaci, ecc., questa specie di terapia di urto genera un colore verde brillante, che permane nella conservazione frigorifera, conferendo alle verdure congelate una particolare attrattiva, che gli stessi prodotti freschi non hanno.

Non va taciuto infine che il riscaldamento preventivo rende le derrate più morbide e più malleabili per l'imballaggio prima del congelamento e le libera dalla maggior parte dei microrganismi che pullulano sulla loro superficie.

IV

Le vitamine

I prodotti ortofrutticoli, oltre agli enzimi, contengono altri biocatalizzatori organici, ai quali sono affidate importanti funzioni delle vita vegetale. Sono precisamente le v i t a m i n e , che si rivelano dagli effetti dannosi che la loro carenza o deficienza nella dieta produce sugli organismi. Le vitamine pertanto presentano un'evidente affinità con gli enzimi (e l'analogia si estende anche agli ormoni), poichè tutte anche in quantità estremamente piccole, sono capaci di sviluppare delle attività notevoli.

Le vitamine, come è generalmente noto, si dividono in due categorie: i d r o s o l u b i l i , cioè solubili in acqua ed in mezzi idroalcoolici, e l i p o s o l u b i l i , cioè solubili nei grassi; appartengono alla prima categoria: le vitamine B e C, alla seconda categoria le vitamine A, D, E e K.

Giova dare qualche breve cenno su questi principi regolatori, limitando naturalmente le notizie all'interesse, che essi hanno per le industrie della conservazione dei prodotti ortofrutticoli.

V i t a m i n a A. – È la vitamina antixeroftalmica, così denominata perchè una delle più caratteristiche sue manifestazioni negli animali che ne sono privi, è la comparsa di una specie di disseccamento della cornea, che dicesi appunto xerosi congiuntivale.

La vitamina A si riscontra sotto forma di carotinoidi nei piselli verdi, nei germogli delle fave, nei carciofi, nei cavoli, nel navone, nel crescione, nella lattuga, nei sedani ed in generale nelle parti verdi delle piante. Si riscontra altresì in alcuni cereali, quali ad es. il mais e in molte frutta: carote, albicocche, pomodori, ananas, fragole, pesche, susine, mele, banane, ecc.

Chimicamente è un derivato della β-carotina.

Vitamina B. – La vitamina B, la cui carenza nella dieta degli animali porta alla malattia del beri-beri, è nota sotto diverse forme, che insieme costituiscono il così detto complesso B. Esse sono:

1) la B_1 (tiamina), che si riscontra nelle fave verdi, nei piselli verdi, nei fagiolini, nei cavolfiori, negli spinaci, nei pomodori, nelle rape, nei ravanelli, nelle carote e nelle patate ed è chimicamente un derivato pirimidin-tiazolico;

2) la B_2 (riboflavina), che si riscontra nelle fave, nei piselli, nei cavolfiori, negli spinaci, nei pomodori e nelle carote. Chimicamente è un riboside della isoallosazina e costituisce il gruppo attivo di diversi enzimi trasportatori di idrogeno;

3) la B_3, vitamina che mantiene il peso corporeo, chimicamente mal nota. Si trova nel lievito;

4) la B_4, vitamina che promuove la crescita, chimicamente mal nota;

5) la B_5, vitamina necessaria alla crescita, chimicamente mal nota. Si trova nel lievito;

6) la B_6 (adernina), che si trova nel lievito, nella melassa di barbabietole, nel latte e nel frumento, e poi ancora nel salmone, nelle aringhe, nei muscoli e nel fegato di vitello. Promuove lo sviluppo degli organismi e chimicamente è un 3-ossi-4,5-diossimetil-2-metilpiridina.

Vitamina C. – È la vitamina, la cui assenza nella dieta provoca la malattia dello scorbuto. Si trova nelle arance, nei limoni, nei pompelmi, nelle ciliege, nelle sorbe, nei ribes, nei mirtilli, nei cavolfiori, nei broccoli, nei cavoli, nelle fave verdi, nei piselli verdi, nelle rape, nei ravanelli, nelle carote, nei carciofi, nei porri, nelle insalate, negli asparagi e nei pomodori. Nei pompelmi coltivati a S. Remo è stato constatato un contenuto di vitamina C oscillante intorno ai 60 mgr. per 100 cc. di succo. Chimicamente è acido ascorbico levogiro.

Vitamina C_2. – Si trova nel ribes e ha il potere di favorire la immunità rispetto a certe infezioni. Se non è identica, è certamente affine alla vitamina P.

Vitamina D. – Si trova nei datteri, nei pomodori e nei funghi, e chimicamente è un derivato dell'ergosterolo. A dare un'idea del contenuto di vitamina D nelle varie specie di funghi serve la seguente tabella:

Contenuto in vitamina D nei funghi

	U. I. in 100 gr.
Boletus edulis	83
Cantharellus cibarius	83
Helvella esculenta	125
Psalliota campestris (coltivata al buio)	21
Psalliota campestris (coltivata alla luce)	63

Come si vede, i funghi, che generalmente sono sprovvisti di vitamina A, possiedono una discreta dotazione di vitamina D.

In quantità notevoli la vitamina D si trova nell'olio di fegato di merluzzo (anche gli olii di cocco, di cotone e di arachide ne contengono delle discrete quantità), ma la sorgente più importante è rappresentata dal deidrocolesterolo, che si trova nei tessuti epidermici dell'organismo umano, il quale per azione dei raggi ultravioletti si trasforma in vitamina D.

Gli ortaggi ed i legumi contengono le seguenti quantità di provitamina D:

	Provitamina D %
Cavoli bianchi	0,05
Spinaci	1,02
Fagioli	0,10
Carote	0,17

La sua funzione specifica consiste nel regolare nell'organismo umano il metabolismo calcio-fosforato, in modo da favorire la fissazione del calcio nelle ossa in via di sviluppo.

Vitamina E. – È molto diffusa sia nei vegetali che negli animali, si rinviene nell'insalata, negli spinaci, nei piselli, nei pomodori, nelle arance, nei pompelmi, negli ananassi, nelle banane, ecc. Abbonda anche nell'embrione del frumento. Negli organismi animali serve a promuovere la fecondità e sembra abbia anche un'azione specifica nel promuovere l'assimilazione del ferro. Chimicamente è un tocoferolo.

Vitamina K_1. – È una vitamina antiemorragica solubile nei grassi, a differenza della vitamina C che è solubile nell'acqua. Si trova nei cavoli comuni, nei cavoli di Bruxelles, negli spinaci, nei cavolfiori, nelle fragole, nei pomodori, nelle carote e nelle barbabietole ed in minore quantità anche nei fiori, nei frutti comuni e nei tuberi.

Chimicamente è 2-metil-3-fenil-1,4 naftochinone.

Vitamina K_2. – Si trova nel fegato di maiale e chimicamente è 2,3-difernesil-1,4-naftochinone. È di origine batterica intestinale ed è dotata anch'essa di funzione antiemorragica.

* * *

Interessante è il comportamento di tutte queste vitamine di fronte al calore, all'acqua, all'ossigeno atmosferico, alla luce e alle basse temperature. Ecco in modo specifico quanto le varie ricerche hanno assodato.

Vitamina A. – La vitamina A è resistente alle temperature elevate, ma sensibilissima all'azione dell'ossigeno atmosferico. Kopkins dimostrò che facendo gorgogliare dell'ossigeno attraverso il burro scaldato a 120°, la vitamina A, in esso contenuta, viene completamente distrutta nello spazio di 4 ore, mentre si mantiene inalterata, se il burro è scaldato

nel vuoto o in ambiente di gas inerte. Anche alla temperatura ordinaria essa si decompone, se il burro viene disteso in sottili strati. Qui all'azione dell'ossigeno si aggiunge quella della luce, verso la quale la vitamina A è molto sensibile.

Il succo dei pomodori scaldato per 4 ore a circa 100° C non accusa praticamente perdite di vitamina A.

Temperature molto elevate intorno ai 200° C, o anche meno elevate, purchè molto prolungate, riescono a decomporla, eppertanto resiste benissimo agli ordinari sistemi di cottura, ma nella preparazione degli stufati, che richiedono una prolungata ebollizione, la vitamina A in parte si perde.

Verso le basse temperature la vitamina A è molto resistente, tanto che si riscontra pressochè inalterata nei gelati di crema.

Secondo De Felice e Fellers gli spinaci congelati rapidamente in confronto con quelli freschi e quelli seccati all'aria, segnano le seguenti cifre nella determinazione della vitamina A.

	Unità internazionali per grammo
Spinaci freschi	718
Spinaci congelati	545
Spinaci secchi	495

Dopo una conservazione di tre mesi essi non perdono quantità apprezzabili di tale componente.

Anche per dilavamento la vitamina A non subisce perdite, essendo insolubile in acqua.

Vitamina B_1. – È abbastanza resistente al calore, per lo meno quando è combinata con altri composti, o quando si trova in un mezzo fortemente acido. Negli alimenti normalmente non è distrutta dalle comuni temperature di cottura, a meno che esse non siano prolungate per molte ore.

Shermann e Grose (1923), studiando l'azione distruttiva di temperature sempre crescenti sulla vitamina B_1 nel succo concentrato dei pomodori, ottennero i seguenti risultati:

Perdite di vitamina B_1 per azione del calore nel succo concentrato di pomodoro

Riscaldamento per 4 ore alla temperatura di	Perdite di Vitamina B_1 %
100° C	20
110	33
120	47
130	55

La vitamina B_1 resiste all'azione dell'ossigeno atmosferico e anche alle basse temperature.

Vitamina B_2. – La vitamina B_2 è ancora più resistente al calore della vitamina B_1, ed infatti rimane inalterata anche scandandola a 120° per 4-5 ore, nelle quali condizioni la vitamina B_1 viene in parte distrutta.

Di fronte alle basse temperature al pari della vitaming B_1 essa è abbastanza resistente, come risulta dai seguenti dati, che Fellers, Esselen e Fitzgerald ottennero operando sugli asparagi, sui piselli, sui fagiuoli di Lima e sugli spinaci congelati rapidamente, in confronto con gli stessi prodotti esaminati allo stato fresco (tutti i prodotti prima del congelamento erano stati sottoposti alla scottatura):

	Legumi freschi		Legumi congelati	
	Vitamina B_1 per gr.	Vitamina B_2 per gr.	Vitamina B_1 %	Vitamina B_2 %
Asparagi . . .	0,66	0,48	74	95
Piselli	1,48	0,61	97	100
Fagiuoli di Lima	0,65	1,09	46	84
Spinaci	0,40	1,54	92	91

Questi prodotti pertanto anche allo stato congelato costituiscono una buona sorgente di vitamina B, solo che essendo essi solubili in acqua, occorre nella scottatura operare rapidamente, impiegando la minima quantità possibile di acqua.

Risultati in complesso concordanti ottenne Finke, operando sui piselli.

Vitamina B_3. – Questa vitamina è sensibile al calore.

Vitamina B_4. – Al pari della precedente questa vitamina è sensibile al calore.

Vitamina B_5. – È piuttosto resistente al calore.

Vitamina B_6. – È sensibile al calore.

Vitamina C. – La vitamina C è sensibilissima al caldo, anche moderato. Già a temperatura ordinaria essa si decompone fino a scomparire quasi del tutto nelle derrate che la contengono. Nel periodo estivo, quando i prodotti ortofrutticoli rimangono esposti all'aria, basta spesso l'esposizione di un giorno ad una temperatura prossima ai 20°, perchè le perdite della vitamina C raggiungano percentuali considerevoli.

Un chilogrammo di fagiolini o di spinaci a 20° perde in un giorno da 50 a 60 mgr. di vitamina C, cioè più del fabbisogno quotidiano di un uomo adulto. Sotto questo aspetto i prodotti freschi del mercato sono, nei riguardi della vitamina C, dei prodotti instabili.

Nella scottatura in parte si perde e le perdite sono tanto più accentuate quanto più la scottatura viene prolungata. A dare un'idea di tali perdite servono le seguenti cifre, che sono state ottenute cogli spinaci:

	Scottatura in secondi				
	0	90	150	210	300
Milligrammi di acido ascorbico in 100 gr. di prodotto fresco	50	40,9	35,7	34,	32,3
Perdita %	0	18,2	28,6	3,20	35,4

Le perdite più elevate si hanno pertanto nei primi 90-150 secondi.

Nei fagiolini la perdita di vitamina C è tanto maggiore quanto più essi sono giovani e teneri. I fagiuoli di Lima con la scottatura in acqua bollente prolungata per 150 secondi perdono dal 30 al 40 % di vitamina C. Abbreviando il tempo della scottatura a 45-75 secondi, le perdite si abbassano al 25 %.

Nei piselli, con una scottatura di 60 secondi in acqua bollente o di 20 secondi in corrente di vapore, si hanno le seguenti perdite:

	Perdite di Vitamina C in mgr. % di prodotto fresco
Piselli freschi sgranati . . .	23
Piselli freschi lavati . . .	23
Piselli freschi scottati . . .	31

Alle temperature di congelamento invece la vitamina C resiste abbastanza bene.

Fellers, che per primo esaminò il comportamento dei mirtilli congelati e conservati a -18°, constatò che il contenuto in vitamina C nel detto vegetale non si abbassa sensibilmente in seguito al congelamento, e uguali risultati egli ottenne operando con le fragole congelate, che erano state conservate da 4 a 7 mesi alla temperatura di -18° C.

Solo con i piselli, con gli spinaci, con i cavoli e con gli asparagi egli constatò delle perdite sensibili, seppure lievi rispetto a quelle che si verificano a temperatura ordinaria. Nei piselli congelati infatti egli trovò 20 % di vitamina C in meno rispetto a quelli freschi.

Labbè constatò la stabilità della vitamina C nelle uve congelate e mantenute a -15,6° e Nelson e Moltern, Conn e Johnson la confermarono per il succo delle arance e dei pompelmi.

Ma più interessanti sono i risultati, che Bracewell, Kidd, West e Zilva ottennero sperimentando con le mele. Conservando questi frutti nel vuoto a -20°, essi constatarono che non si verificavano

perdite di vitamina, anche quando la conservazione veniva protratta per 4-5 mesi: perdite sensibili invece, dell'ordine del 25 %, si avevano allorquando le mele congelate venivano lasciate a 5-10° sotto zero.

Anche nelle susine congelate la vitamina C secondo Morgan, Field e Michols è molto stabile, anche se esse restano esposte all'aria: per contro è instabile nelle albicocche, che nel congelamento perdono quasi tutta la loro vitamina.

Nei piselli congelati secondo Fenton, Tressler e King non si verificano perdite di vitamina C, specialmente se i piselli prima del congelamento vengono vaporizzati: delle perdite sensibili invece si hanno coi piselli non scottati prima del congelamento, anche se mantenuti a -18°.

Jenkins, Tressler e Fitzgerald determinarono il contenuto in vitamina C di varie specie di verdure: piselli, broccoli e fagiolini congelati e mantenuti a cinque diverse temperature: -40, -18, -12, -9 e -7 C.

La conclusione a cui essi pervennnero fu che le perdite in vitamina C in queste verdure sono strettamente connesse con la temperatura di conservazione.

A — 40° non si registrano perdite di alcun genere: a — 18° si verificano negli spinaci dopo sei mesi perdite dell'ordine del 20 %, e a — 9° dopo 4 mesi e mezzo perdite dell'ordine del 90 %.

Nei fagiolini e nei piselli la vitamina C risultò sensibilmente più stabile. I ricercatori in parola conclusero che volendo proteggere la vitamina C nelle verdure, è buona norma conservarle ad almeno 18 gradi sotto zero.

Ma se notevole, almeno nella generalità dei casi, è la resistenza della vitamina C alle basse temperature, non altrettanto può dirsi della resistenza all'ossigeno. La vitamina C infatti è ossidabilissima all'aria, tanto che mentre in atmosfera di anidride carbonica si può conservare per mesi, all'aria dopo 24 ore non se ne ritrovano che 64 % e dopo due giorni 27 %. L'alcalinizzazione delle soluzioni accelera la distruzione, mentre gli acidi hanno forte potere stabilizzante; e perciò che i frutti acidi conservano a lungo il loro potere vitaminico. È distrutta largamente dalle temperature di cottura prolungata dei cibi, per cui le verdure e le frutta inscatolate ne contengono di regola poco o punto.

Si perde anche nello scongelamento delle derrate e spesso in quantità notevoli.

Già Fellers l'aveva constatato con i mirtilli, i piselli, i fagiolini e gli spinaci, nello scongelamento dei quali aveva osservato perdite dell'ordine del 70-80 %, per cui aveva raccomandato di procedere al loro scongelamento con la massima rapidità.

Peach poi aggiunse che i fagiolini nello scongelamento perdono gran parte della loro vitamina, tanto che dopo 2 ore essa si riduce al 20 %. Però se i fagiolini congelati vengono subito tuffati in acqua bollente, anche

dopo 15 minuti di ebollizione, non si osservano più perdite di vitamina, ciò che si spiega col fatto che all'ebollizione gli enzimi dei fagiolini congelati vengono distrutti e così la demolizione della vitamina non può avere più luogo.

Vitamina C_2. – Il comportamento di questa vitamina verso il calore, la luce e l'ossigeno atmosferico è ancora mal noto.

Vitamina D. – La vitamina D è resistente sia al calore che all'azione dell'ossigeno atmosferico, ed infatti l'olio di fegato di merluzzo può essere scaldato a 100°, anche in presenza di ossigeno, per 24 ore, senza che la vitamina D in esso contenuta subisca sensibili alterazioni. Anche i raggi X la lasciano inalterata.

Vitamina E. – Anche la vitamina E è molto resistente al calore, alla luce e all'azione dell'aria. La sua attività non viene modificata da un riscaldamento per due ore a 155° C e nella distillazione nel vuoto dell'olio dei germi di frumento a 250-255° C rimane del pari inalterata. Solo le temperature elevatissime dell'ordine dei 300-400° C riescono a decomporla. È del pari distrutta da una esposizione prolungata per 45 minuti alle irradiazioni di una lampada a vapori di mercurio.

Vitamina K_1. – La vitamina K_1 è resistente al calore, ma è distrutta dalla luce. È presente nei cloroplasti, ciò che induce a ritenere che essa abbia dei rapporti con la funzione fotosintetica.

Vitamina K^2. – Anche questa vitamina è resistente al calore e anch'essa sembra abbia stretti rapporti con la funzione clorofillica.

* * *

Tali essendo i risultati sperimentali nelle ricerche del comportamento delle varie vitamine verso il calore, l'acqua, l'ossigeno, la luce e le basse temperature, il quadro vitaminico dei prodotti ortofrutticoli congelati, di fronte ai prodotti freschi e a quelli inscatolati, è presto tratteggiato.

Fermandoci alle vitamine di primo piano, risulta:

1) che la vitamina A corre il pericolo di disperdersi specialmente nel riscaldamento preventivo e nella conservazione frigorifera, perchè se essa è insensibile alle alte temperature, e non teme neanche il dilavamento, essendo insolubile in acqua, è sensibilissima all'azione dell'ossigeno atmosferico, che la altera rapidamente. Nei riguardi di questa vitamina occorre pertanto nella scottatura operare rapidamente e proteggerla, quanto più è possibile dall'azione dell'aria. Alle basse temperature la vitamina A resiste abbastanza bene;

2) che la vitamina B resiste molto bene alla scottatura e all'azione dell'ossigeno atmosferico e non è distrutta neppure nella cottura, a meno che l'azione del calore non venga prolungata per molte ore. Al freddo poi è resistentissima, ed infatti si mantiene inalterata perfino nei gelati di crema e nella carne congelata;

3) che la vitamina C, essendo sensibilissima non solo alle alte temperature (si decompone perfino a temperatura normale) e anche all'azione dell'ossigeno atmosferico, scompare in parte nel riscaldamento preventivo, come d'altronde scompare in parte, allorquando nel periodo estivo gli ortaggi restano esposti all'aria ad una temperatura superiore ai 20 gradi. Nella conservazione frigorifera degli ortaggi congelati occorre pertanto fare grande attenzione a che il prodotto congelato non abbia comunicazioni con l'esterno.

Come si vede, la situazione della vitamina C è irta di punti delicati. Tuttavia, nei riguardi di questo biocatalizzatore va osservato a proposito della sua sensibilità verso il calore, che poichè i prodotti freschi richiedono dei tempi di cottura superiori a quelli dei prodotti congelati, anche sommando per questi ultimi i tempi di cottura con quelli di scottatura, ne segue in definitiva che col congelamento anzicchè una perdita si ha un guadagno.

Alle basse temperature la vitamina C è resistentissima, eppertanto nulla si ha da temere dal congelamento e dalla conservazione frigorifera.

4) che la vitamina D, resistente sia al calore che all'azione dell'ossigeno, non soffre nè col riscaldamento preventivo, nè col congelamento, nè con la conservazione frigorifera, eppertanto anche da questo lato i prodotti congelati danno pieno affidamento;

5) che lo stesso può dirsi per la vitamina E, la cui attività non subisce modificazioni in seguito alla esposizione alle alte e basse temperature, nè alterazioni per azione dell'aria o della luce;

6) che anche la vitamina K resiste sia alle alte che alle basse temperature e viene solo alterata dalla luce. Ma questo inconveniente incide poco sull'industria del congelamento.

In complesso, salvo poche eccezioni, che si verificano d'altronde con tutti i sistemi di conservazione, l'industria del congelamento si rivela capace di assicurare nei prodotti ortofrutticoli il mantenimento dei vari principi regolatori che essi contengono e che costituiscono dei fattori interessanti per il normale sviluppo ed il regolare funzionamento del nostro organismo.

V

La velocità di congelamento ed i suoi effetti pratici

Fra i numerosi fattori che influiscono sul processo di congelamento dei prodotti ortofrutticoli, di particolare interesse è la velocità con cui si manda ad effetto il procedimento, per gli effetti pratici che ne derivano. Gli Americani hanno accentuato l'importanza del loro « quick freezing », o congelamento rapido, mettendo in risalto che solo con una siffatta tecnica è possibile ottenere prodotti congelati ineccepibili, e in armonia con questo

principio in Italia si è cercato di dare incremento alla tachipessi, dando però a questa parola, in confronto del corrispondente termine americano, un significato più restrittivo.

Ma che cos'è sostanzialmente il « quick freezing » o la tachipessi?

In entrambi i termini è insito il concetto che il congelamento deve essere mandato ad effetto con una determinata velocità, intendendo per velocità di congelamento il tempo occorrente perchè il freddo attraversi l'intera zona di formazione dei cristalli, o in altri e più chiari termini l'intervallo di tempo fra la nascita del primo cristallino di ghiaccio in seno ai succhi cellulari e la formazione dell'ultimo cristallino.

Poichè il congelamento, secondo che viene effettuato lentamente o rapidamente, determina la formazione di grossi cristalli che lacerano le pareti cellulari dei tessuti o di minutissimi cristalli del tutto innocui, è evidente l'interesse grandissimo a che la velocità di congelamento sia regolata in modo da evitare la formazione dei grossi cristalli.

Ma altri vantaggi vanno prospettati nei riguardi del congelamento rapido.

Infatti riducendo al minimo il tempo di formazione dei cristalli, il prodotto viene rapidamente portato ad una temperatura, alla quale nè i batteri, nè i funghi resistono, con che le derrate restano protette dalle decomposizioni microbiologiche. Praticamente fra -5° e 7° C l'attività dei microorganismi sopra indicati si arresta completamente.

Inoltre portando celermente la derrata a bassissima temperatura, le azioni fermentative cessano di essere temibili, e così il prodotto mantiene la freschezza originaria, cosa che in materia di prodotti ortofrutticoli ha un'importanza notevole. Gli asparagi per es., congelati in grandi barili, come si praticava una volta, restano flaccidi e assumono un colore smorto ed i piselli diventano raggrizziti. Solo col congelamento rapido si ottengono prodotti eccellenti.

La superiorità dei prodotti rapidamente congelati si rivela anche nello scongelamento, poichè essi perdono molto meno succo in confronto dei prodotti congelati lentamente.

Queste norme però non hanno nulla di rigido, nè di codificato. Secondo la natura della merce, cioè secondo che trattasi di frutti (specialmente zuccherati) o di ortaggi, e per questi ultimi secondo che si tratta dell'una o dell'altra derrata, il congelamento può essere effettuato in 2 ore, in 6 ore, in 12 ore e anche in diversi giorni. Tutto, ripeto, dipende dalla derrata, e ciò spiega come non di rado si trova descritto come lento un processo che nel caso specifico è rapido e viceversa.

I prodotti ortofrutticoli possono essere congelati semplicemente in una stanza raffreddata a circa 20° sotto zero, dove essi possono restare fino al consumo. Questo procedimento però è applicabile solo allorquando non è necessario procedere a frequenti prelievi di materiale dalle celle ed è consigliabile solo per i prodotti confezionati in scatole di piccole dimensioni.

I prodotti ortofrutticoli sciolti, specialmente se destinati ad essere conservati per molto tempo, non possono essere congelati con questo sistema per l'inevitabile essiccamento che gli strati superiori subirebbero. In questo caso è necessario congelare le derrate prima in un congelatore appropriato e poscia trasferirle nelle celle funzionanti da congelatore permanente.

Volendo effetti congelanti più rapidi, si può ricorrere al metodo per immersione in liquidi a basso punto di congelamento e raffreddati fortemente sotto il punto di congelamento dell'acqua. Con questo procedimento ad es. i piselli scottati, immersi in una soluzione di cloruro sodico al 20 % raffreddata a 20° sotto zero, diventano duri in meno di 1 minuto, e le fragole, immerse in uno sciroppo zuccherino al 60 %, congelano in pochi minuti.

Si possono usare anche miscele di acqua e alcool, le quali però presentano l'inconveniente di conferire ai frutti un aspetto smorto.

* * *

I prodotti ortofrutticoli, una volta congelati con uno qualsiasi di questi sistemi, debbono essere conservati ad almeno 18-20° sotto zero (i cavolfiori si conservano meglio a 30 gradi sotto zero e gli spinaci a 35 gradi sotto zero) e poscia periodicamente ispezionati, poichè nella conservazione frigorifera possono verificarsi svariate modificazioni.

Grande attenzione qui bisogna fare a che nella conservazione frigorifera dei prodotti congelati non si verifichino sbalzi di temperatura, che presto farebbero assumere ai prodotti congelati con i sistemi rapidi le caratteristiche tipiche dei prodotti congelati in barili.

Inoltre se il materiale di avvolgimento non è sufficientemente impermeabile al vapor d'acqua, dalla derrata facilmente evapora dell'acqua, che determina un sensibile essiccamento della merce. Negli stadi iniziali questo inconveniente non ha grande importanza e scompare con lo scongelamento e la cottura, ma negli stadii più avanzati si ha l'appassimento dei tessuti con le conseguenze che ne derivano.

Col vapor d'acqua evaporano le sostanze aromatiche, la cui perdita può essere considerevole e condurre a prodotti privi di ogni fragranza.

Ma la scomparsa dell'aroma, specialmente nei frutti, oltre che da questa causa, può derivare anche dalla scissione degli eteri composti, che può essere provocata dagli enzimi o dagli acidi. Come abbiano già accennato nel caso delle ciliege, delle albicocche e di altri frutti a nocciolo, il sapore di mandorle amare, che non di rado si nota, trae spesso origine dalla idrolisi dell'amigdalina, che sotto l'azione dell'emulsina si scinde in glucosio, benzaldeide e acido prussico.

Il cambiamento di colore negli ortaggi verdi dal verde brillante al giallo oliva morto, che si verifica nei casi di insufficiente scottature o nella conservazione frigorifera ad una temperatura insufficientemente bassa,

deriva frequentemente dalla demolizione della clorofilla, che si decompone con separazione di magnesio e formazione di feofitina e di altri rottami di molecola. Questa demolizione avviene facilmente in presenza di acidi deboli.

Contemporaneamente per effetto degli scambi gassosi con l'esterno e della conseguente penetrazione dell'ossigeno atmosferico si verificano delle ossidazioni, per cui la superficie, normalmente brillante delle derrate, diventa opaca; anche il sapore in queste condizioni si modifica e alcune delle vitamine si decompongono. Studi esaurienti al riguardo sono stati eseguiti per l'acido ascorbico. Poichè le azioni fermentative procedono con particolare rapidità in ambiente alcalino, l'ossidazione dell'acido ascorbico risulta particolarmente intensa nelle verdure, mentre la maggior parte delle frutta restano protette dall'acidità dei loro succhi cellulari.

Un altro gruppo di fenomeni di ossidazione, che gioca un importante ufficio nella conservazione frigorifera, a temperature però insufficientemente basse, riflette gl'imbrunimenti della polpa di alcuni frutti, quali, ad es., le pesche, le albicocche, le ciliege e le susine e l'imbrunimento di alcune verdure, quali ad es. i cavolfiori. Qui le modificazioni traggono origine dall'attività di alcune ossidasi, e particolarmente delle polifenolasi.

Ma le metamorfosi che subiscono i prodotti congelati non si limitano al periodo di conservazione frigorifera, altri cambiamenti avvengono durante lo scongelamento. Il primo fenomeno che qui risalta è l'afflosciamento dei tessuti, conseguenza del fatto che le cellule in seguito alla morte perdono il turgore originario. Poichè è la pressione interna che conferisce alle pareti cellulari il turgore, un certo afflosciamento in seguito allo scongelamento è inevitabile; ciò però deve avvenire senza che ne sia pregiudicata l'appariscenza della derrata. Occorre al riguardo evitare una fuoruscita di succhi, anche perchè in essi sono disciolte importanti sostanze nutritive.

Le verdure congelate vengono pertanto, quando debbono essere utilizzate, tuffate nell'acqua bollente e ivi cotte, ovvero, senza previo scongelamento, stufate o svaporate. Con le frutta lo zucchero assorbe il succo cellulare, che eventualmente tende a fuoruscire.

I pericoli che si corrono nella conservazione frigorifera dei prodotti congelati possono essere previsti ed evitati mediante saggi appropriati. Così, ad es., mediante la prova della catalasi è possibile accertare se la scottatura è stata eseguita a dovere. Poichè però in alcune specie di ortaggi, quali sono ad esempio i carciofi, la catalasi è contenuta in così piccola quantità che una diminuzione per effetto della scottatura difficilmentre si potrebbe apprezzare, è più attendibile in tali casi la prova della perossidasi.

Ancora utile è la determinazione delle sostanze riducenti, la cui scomparsa corre parallela ai cambiamenti sfavorevoli di sapore: gusto di pesce, di fieno, di medicinale, sapore di congelato, ecc. Una rigorosa corrispondenza fra la scomparsa delle sostanze riducenti e la comparsa dei suaccennati sapori sgraditi si ha nello scongelamento dei frutti.

VI

Valore alimentare e terapeutico dei prodotti ortofrutticoli congelati

La salute dei popoli è legata ai sistemi alimentari che essi usano, sistemi che di regola sono tanto più perfezionati quanto civilmente più evoluti sono i popoli stessi. Qui altra piccola catena, per il fatto che il benessere sociale deriva dal lavoro, e poichè la macchina-uomo è tanto più produttiva quanto più elevata è negli individui la capacità fisica e intellettuale e questa a sua volta è funzione dei sistemi alimentari, è evidente la somma importanza dell'alimentazione, la quale tende a conservare gl'individui nelle migliori condizioni fisiologiche.

In Europa una certa raffinatezza nell'alimentazione cominciò a svilupparsi verso la fine del secolo scorso col maggiore uso da un lato di derrate di elevata potenzialità nutritiva e con l'introduzione dall'altro lato dei mulini ungheresi per la produzione della farina bianca, nonchè delle raffinerie per la produzione degli olii commestibili depurati e la innovazione, portando ad una dieta a rendimento energetico più elevato, ebbe il benefico effetto di migliorare il tenore di vita, che nel secolo scorso era assai basso, di diminuire la mortalità e accrescere la longività media. Se non che col progredire degli studi di fisiologia umana, venne rilevato che, oltre allo sviluppo corporeo e al mantenimento energetico, vi erano altri fattori che occorreva prendere in considerazione, altri particolari bisogni dell'organismo che con gli elementi occorreva soddisfare, e principalmente il fabbisogno in **vitamine e in sali minerali**, per cui il concetto fondamentale dell'alimentazione si ampliò, conglobando questi composti. Specialmente nelle grandi città risultò palese che le diete carenzate ostacolano lo sviluppo degli organismi e ne menomano l'efficienza, e poichè sia le vitamine che i sali minerali sono contenuti in ricca quantità nelle frutta e negli ortaggi, le popolazioni cominciarono ad esigere che fosse fatto un più largo uso di frutta e che le verdure non si limitassero a costituire dei contorni per la carne, il pesce e le uova, ma formassero parte fondamentale dei pasti.

Con queste nuove direttive, meglio conformi ai bisogni delle popolazioni, i prodotti ortofrutticoli passarono di colpo al primo piano negli usi e costumi alimentari. In effetti le vitamine sono assolutamente indispensabili per il normale funzionamento del nostro organismo e le basi inorganiche sono preziose per neutralizzare i residui acidi che si formano nel nostro organismo in seguito al ricambio proteico, residui che sarebbero perniciosi se lasciati allo stato libero. Nei prodotti ortofrutticoli il potassio, il calcio, il magnesio, il ferro, ecc., si riscontrano in ricca quantità legati agli acidi organici; con la respirazione la parte acida viene ossidata ad anidride carbonica, e gli joni metallici vengono messi in libertà.

Anche le pectine così largamente rappresentate, specialmente in certe frutta, sono utilissime. Esse servono a regolare la normale attività dello stomaco e sotto questo aspetto non possono essere sostituite nè dalla carne, nè dal pesce, nè dal latte.

L'alto ufficio, che i prodotti ortofrutticoli disimpegnano nell'alimentazione non poteva così avere maggiore risalto, e poichè nell'inverno e nella primavera essi difettano e con la refrigerazione semplice non si riesce a conservarli, per lo meno per l'intero periodo, ecco balzare su la grande importanza del processo di congelamento.

Si tenga presente a questo riguardo che nei periodi, in cui le frutta e le verdure difettano, i nostri organismi si esauriscono di riserve vitaminiche, specialmente di vitamine A e C, e la dieta carenzata porta, oltre ad una diminuzione della capacità lavorativa, specialmente nei lavoratori della mente, ad una predisposizione alle malattie influenzali, alle malattie infettive e alle malattie dell'apparato respiratorio, a cominciare dagli innocui raffreddori e dalle noiose laringiti e tracheiti e finire alle pericolose bronchiti e pulmoniti.

Delle vitamine e dei sali minerali sia gli uomini che le donne hanno poi particolare bisogno in certi periodi fisiologici: convalescenze, gravidanze, periodi di forte tensione mentale, ecc. e quando i detti prodotti difettano nell'organismo, le conseguenze non tardano a manifestarsi; il rapido deterioramento dei denti che si verifica spesso nelle donne nell'ultimo periodo della gravidanza, deterioramento le cui conseguenze spesso si estendono ai bambini, trae sovente origine da diete carenzate.

Per porre rimedio a questi mali non c'è che incrementare l'uso delle frutta e delle verdure. Mangiate frutta e starete in buona salute (« Esst mehr Früchte und Ihr bleibt gesund ») raccomandano i Tedeschi. Ogni giorno frutta (« Iederen dag Fruit ») predicano gli Olandesi, e poichè in realtà non c'è altra via da seguire, l'industria del congelamento dei prodotti ortofrutticoli appare una necessità ineluttabile. In effetti tocca al congelamento, arma indiscutibilmente assai più potente della refrigerazione semplice, assumersi il compito di provvedere, indipendentemente dalle vicende stagionali, i prodotti ortofrutticoli occorrenti per i lavoratori sia del braccio che della mente, per la protezione della maternità e dell'infanzia e in generale per il mantenimento del rendimento produttivo.

* * *

L'industria del congelamento dei prodotti ortofrutticoli si è in questi ultimi anni sviluppata in diverse nazioni d'Europa, ma è soprattutto in America che essa ha fatto passi giganteschi.

A dare un'idea dello sviluppo che l'industria in parola ha assunto negli Stati Uniti d'America bastano le seguenti cifre.

I. – Produzione di frutta e ortaggi congelati negli Stati Uniti d'America dal 1937 al 1946

Annata	Frutta Tonnellate	Ortaggi Tonnellate	Totale Tonnellate
1937	50485,6	32886,0	83371,6
1938	58605,1	40733,2	99338,3
1939	63776,1	32931,3	96707,4
1940	78019,2	37784,8	115804,0
1941	94348,8	48625,9	142974,7
1942	100245,6	74118,2	174363,8
1943	100245,6	101288,8	201534,4
1944	149688,0	106868,1	256556,1
1945	145152,0	117482,4	262634,4
1946	168060,0	122030,0	290090,0

Sul rapido sviluppo dell'industria in America molto hanno influito: il moltiplicarsi degli impianti frigoriferi ed il conseguente sviluppo dei « lockers », le accresciute esigenze alimentari del popolo americano e l'aumento della produzione ortofrutticola in America.

Sono colà oggi allo studio problemi di vasta portata sociale, quali, ad es., l'arredamento di circa 500.000 nuovi spacci di vendita, quanti ne occorrono per regolare la distribuzione delle derrate congelate che gli stabilimenti preparano, e la costruzione di un numero proporzionato di piccoli armadi frigoriferi per la conservazione delle provviste familiari.

Per l'anno corrente i calcoli portano ad una produzione in cifra tonda di 200.000 tonnellate di frutta e 150.000 tonnellate di ortaggi congelati, in totale 350.000 tonnellate e per il triennio 1948-1950 le previsioni che si fanno sono le seguenti:

II. – Previsioni nei riguardi della produzione di frutta e ortaggi congelati negli Stati Uniti d'America per il triennio 1948–1950

Annata	Frutta Tonnellate	Ortaggi Tonnellate	Totale Tonnellate
1948	250.000	170.000	420.000
1949	300.000	200.000	500.000
1950	350.000	250.000	600.000

Così per il 1950 si prevede negli Stati Uniti d'America la produzione di 600.000 tonnellate di prodotti ortofrutticoli congelati, ciò che significa, mettendo in conto lo scarto, rappresentato dai baccelli, dalle bucce, dai

torsoli, dal fogliame, ecc., la lavorazione di almeno un milione e mezzo di tonnellate di prodotti della terra, cifra veramente importante, che dimostra da sola l'importanza assunta colà dall'industria del congelamento.

* * *

Le nostre frutta ed i nostri ortaggi costituiscono un prezioso materiale alimentare, che diventerà più copioso col volgere degli anni e non potendo essere assorbito tempestivamente nè dai mercati interni nè da quelli esteri (le presenti condizioni non vanno prese in considerazione), è necessario conservarlo per distribuirlo razionalmente nel tempo. Ora è in questa valorizzazione che l'industria del congelamento potrà rendere preziosi servizi.

Ma anche sotto un altro aspetto essa si rivela meritevole della massima considerazione. I prodotti congelati, come ho spiegato, vengono preparati in modo da essere pronti per l'uso, cioè passano nei barattoli dopo essere stati selezionati, sbucciati, lavati, sterilizzati, ecc.

Ora non occorrono molte parole per comprendere quale straordinaria comodità in una famiglia costituisca un armadio frigorifero, che una signora possa rifornire periodicamente di frutta e verdure congelate, e con cui senza ricorrere al mercato nè a donne di servizio, possa in pochi minuti preparare un ottimo pranzo a base di prodotti non solo utilissimi, ma indispensabili per l'organismo umano, e quale progresso, anche nel senso di elevare la personalità e la dignità umana, costituiscano le sbaccellatrici, le sbucciatrici, le spuntatrici, le detorsolatrici, le affettatrici, le lavatrici, ecc., capaci di rimpiazzare, facendo un lavoro impeccabile, l'opera di migliaia e migliaia di donne di servizio.

Ora è questa evoluzione che l'industria del congelamento prepara per le nuove generazioni, e sta a noi oggi a decidere, per quel che ci concerne, quale ruolo dovrà assumere nella vita civile del nostro Paese.

Riassunto

Vengono illustrate succintamente le varie fasi dell'industria del congelamento dei prodotti ortofrutticoli, suddividendo la materia in 6 capitoli come segue:

I) la catena frigorifera;
II) la campagna, elemento fondamentale dell'industria;
III) la stabilizzazione degli ortaggi;
IV) le vitamine;
V) la velocità di congelamento ed i suoi effetti pratici;
VI) valore alimentare e terapeutico dei prodotti ortofrutticoli congelati.

Meritevole di particolare rilievo è il capitolo II che riflette le correlazioni fra la campagna, che fornisce agli stabilimenti di congelamento la

materia prima per la lavorazione e l'industria che negli stabilimenti assoggetta tale materia alle varie lavorazioni.

Nello svolgimento dei vari temi si trovano opportunamente intercalate numerosi dati sperimentali, frutto delle ricerche eseguite nella Stazione chimico-agraria sperimentale di Torino, nonchè vari dati statistici.

SUMMARY

THE FREEZING INDUSTRY OF FRUIT AND VEGETABLE PRODUCTS

by Francesco Scurti

The different phases of the freezing industry of fruit and vegetable products, subdivided into 6 chapters, are briefly illustrated: —

(1) the refrigeratory chain;
(2) the land, the basis of the industry;
(3) stabilization of vegetables;
(4) the vitamins;
(5) quick–freezing and its practical results;
(6) food and therapeutic value of frozen fruit and vegetable products.

Of particular interest is chapter II, which regards the connection between the land (which furnishes the factories with the raw material for processing), and industry, which in the factories subjects this material to the various processes.

The various chapters opportunely include several experimental data, resulting from researches made in the Experiment Station of Agricultural Chemistry, Turin, and some statistical data.

PREPOSTO ALLA PUBBLICAZIONE: Giulio Trinchieri

ROMA – ISTITUTO POLIGRAFICO DELLO STATO – 1948
Finito di stampare il 15 dicembre 1948

ANNALI DELLA
SPERIMENTAZIONE
AGRARIA

NUOVA SERIE

INDICE DEL VOLUME II

† Ajon, G.: **Solubilizzazione del citrato di calcio.** Solubilisation of calcium citrate] 95

Antoniani, C., e Cioffi, R. M.: **La diminuzione della digeribilità tripsinica *in vitro* nell'albume delle uova conservate mediante refrigerazione.** Reduction of the trypsinic digestibility *in vitro* of the albumen of eggs preserved by refrigeration] 397

Antoniani, C., e Federico, L.: **Sulla determinazione della vitamina B_1 nei tessuti vegetali col metodo al tiocromo.** [Determination of the vitamin B_1 in vegetables with the thiocrome method] 51

Antoniani, C., Federico, L., e Missiroli, M.: **Le variazioni di contenuto vitaminico nelle uova conservate mediante il freddo.** [Changes of vitaminic content in refrigerated eggs] 481

Baldassini, C.: **Di un'alterazione di polloni di castagno dovuta ad una specie di *Endothia*.** [An alteration of chestnut shoots due to an *Endothia* species] 677

Baldoni, R.: **Esperienza sull'utilizzazione dell'eterosi nella coltivazione del pomodoro.** [Utilization of heterosis in tomato cultivation] 3

Baldoni, R.: **Prove sperimentali sulla coltivazione della soia.** [Soybean cultivation tests] 603

Bensa, S.: **Esperimenti con ormoni sintetici applicati a talee e come erbicidi.** [Experiments on synthetic hormones employed to cuttings and against weeds] 371

Biraghi, A.: **Un probabile fenomeno di reversione nel castagno.** [A possible reversion in chestnut] 45

BIRAGHI, A.: **Osservazioni e considerazioni sul disseccamento batterico del granoturco (*Xanthomonas* [*Aplanobacter*] *Stewarti*) in Italia.** [Observations on bacterial wilt of corn in Italy] 515

BIRAGHI, A.: **Prove di inoculazione di castagni con *Endothia* sp. isolata in Biscaglia.** [Inoculations on chestnut-trees with *Endothia* sp. isolated in Biscay] 687

BONGINI, V.: **Cancro del cachi.** [Persimmon cancer] 107

CAMICI, L.: **La "mummificazione delle castagne„ da *Phomopsis viterbensis* sp. n.** [Mummification of chestnuts due to *Phomopsis viterbensis* sp. n.] 557

CAMICI, L.: ***Rhizoctonia solani* Kühn e correlazioni tra fattori parassitari e non parassitari nel "deperimento dei garofani„ della Riviera Ligure.** [*Rhizoctonia solani* Kühn and correlation among parasitic and non-parasitic factors in the carnation withering of the Riviera Ligure] 653

CAMICI, L., vedi anche GOIDÀNICH, G., e CAMICI, L.

CASALE BUONOCONTO, B.: **Influenza della farina di orzo in miscela con quella di frumento su alcune caratteristiche fisiche degli impasti da pane.** [Influence of barley flour added to wheat flour on some physical characters of bread dough] 469

CIOFFI, R. M., vedi ANTONIANI, C., e CIOFFI, R. M.

CONTI, G.: **Il problema granario appulo-lucano. Risultati di un ventennio di selezione.** [The wheat problem in Apulia and Lucania. Results of a twenty years selection] 319

COSMO, I.: **I vini rosati nelle Venezie. Risultati di un'indagine tecnica.** [The pink wines of the Veneto region. Report on a technical investigation] 201

COSMO, I.: **Ricerche sulla correlazione fra topofisi e percentuale di ripresa delle talee di vitigni portinnesti. Primo contributo.** [Correlation between topophysis and quality of rooted cuttings of vine rootstocks. Firts contribution] 383

DELLA BEFFA, G.: **Studi su alcune infestazioni di Fasgonuridi e Locustidi in Piemonte, nel 1947, e prime esperienze di lotta.** [Outbreak of Phasgonuridae and Locustidae in Piedmont during 1947 and first experiments on their control] 567

DONÀ DALLE ROSE, A.: **Sul valore agronomico della capraggine *(Galega officinalis* L.). Nota I. - Limiti di utilizzazione e possibilità di miglioramento.** [On the agricultural value of the goat's-rue (*Galega officinalis* L.). I. Limits of utilisation and possibilities of improvement] . . 443

DONÀ DALLE ROSE, A.: **Disinfestazione e germinazione del frumento da seme.** [Disinfestation and germination of wheat] 693

DOTTI, F., e FUMAROLA BRASCA, M.: **Contributo alla conoscenza dei fitormoni come fattori di radicamento delle talee.** [Contribution on stimulating substances as rooting agents] 357

FEDERICO, L., vedi ANTONIANI, C., e FEDERICO, L.; vedi anche ANTONIANI, C., FEDERICO, L., e MISSIROLI, M.

FLORENZANO, G.: **L'azione di alcuni costituenti del vino sullo sviluppo della fioretta.** [The action of some wine components on the development of the ' mother ' (*Pichia membranaefaciens* and *Mycoderma*)] 79

FUMAROLA BRASCA, M., vedi DOTTI, F., e FUMAROLA BRASCA, M.

GAETANI, G.: **Genetica viticola. Comportamento di ibridi di « Moscato d'Amburgo » × « Dodrelabi ».** [Genetics of the vine. On the behaviour of hybrids between ' Moscato d'Amburgo' (Mandresfield's Black Muscat) and ' Dodrelabi '] 29

GAGNOTTO, A., vedi GOIDÀNICH, G., RUGGIERI, G., e GAGNOTTO, A.

GIGANTE, R.: **Il mosaico del pesco.** [Peach mosaic] 407

GOIDÀNICH, G., e CAMICI, L.: **Ipotesi su un caso di metacromasia. Azione del violetto di genziana ammoniacale su elementi cellulari di meristemi cicatriziali nel tubero di patata.** [A case of metachromasy] . . . 419

GOIDÀNICH, G., e MEZZETTI A.: **La *Spongospora subterranea* in Italia.** [The presence of *Spongospora subterranea* in Italy] 237

GOIDÀNICH, G., e MEZZETTI A.: **Ricerche sulla biologia della *Melanospora damnosa* (Sacc.) Lindau. II contributo. - Ricerche fisiologiche.** [Investigations of the biology of *Melanospora damnosa* (Sacc.) Lindau. II. Physiological researches] 489

GOIDÀNICH, G., RUGGERI, G., e GAGNOTTO, A.: **Presenza di una terza forma di moltiplicazione agamica in *Deuterophoma tracheiphila* Petri.** [A third form of agamic fructification in *Deuterophoma tracheiphila* Petri] 671

GRASSO, V.: **Le specie di *Tilletia* del frumento esistenti in Italia e loro distribuzione geografica.** [Species of *Tilletia* of wheat existing in Italy and their geographical distribution] 525

MARIMPIETRI, L., e TOMBESI, L.: **Sulla nutrizione idrica dell'erba medica. Nota I. - Disponibilità idrica e consumo idrico unitario.** [On water nutrition of alfalfa. I. Water availability and unit water consumption] 311

MARIMPIETRI, L., e TOMBESI, L.: **Sulla nutrizione idrica dell'erba medica. Nota II. - Disponibilità idriche e valore nutritivo del foraggio.** [On water nutrition of alfalfa. II. Water availability and nutritive value of forage] 437

MARTELLI, M., e SERVADEI, A.: **Orientamenti tecnici ed economici nella lotta contro le tentredini del susino.** [Technical and economical views in the control of plum sawflies] 129

MAYMONE, B., e TIBERIO, M.: **Ricerche sulla digeribilità della farina di estrazione del seme di tabacco *(Nicotiana tabacum* L.).** [Researches on the digestibility of tobacco seed flour] 69

MELIS, A.: **Necessità di colpire gli individui della generazione carpofaga per ottenere risultati concreti nella lotta contro la tignola dell'olivo *(Prays oleellus* F.).** [Indispensability of attacking on the carpovorous generation for securing control of the olive moth (*Prays oleellus* F.)] . 701

MEZZETTI, A., v e d i GOIDÀNICH, G., e MEZZETTI, A.

MISSIROLI, M., v e d i ANTONIANI, C., FEDERICO, L., e MISSIROLI, M.

MORANI, V.: **Le arature nel dilavamento dei terreni salsi.** [Ploughing in regards with reclamation of salt soils] 167

PIROVANO, A.: **Su un espediente per mettere a frutto i peri da seme.** [On a device to induce pear-trees originating from seed to bear fruit] . . 39

POMA TRECCANI, C.: **Effetti del sale sodico del 2-4 diclorofenossiacetico sulla produzione di pomodori, zucchine e cocomeri.** [Effects of sodium 2-4 dichlorophenoxyacetate on the production of tomatoes, marrows and water melons] 173

ROMANO, E.: **Sul potere riducente durante la formazione e la germinazione della cariosside di frumento.** [On the reducing power of wheat grain during its formation and germination] 63

RUGGIERI, G.: **Fattori che condizionano o contribuiscono allo sviluppo del "mal secco„ degli agrumi e metodi di lotta contro il medesimo.** [Inducing or contributing factors to the spread of citrus 'mal secco' and methods of control] 255

RUGGIERI, G.: **Ricerche ed esperienze su una tracheoverticilliosi dell'olivo.** [A *Verticillium* die-back of olive-trees] 549

RUGGIERI, G., vedi anche GOIDÀNICH, G., RUGGIERI, G., e GAGNOTTO, A.

RUI, D.: **Indagini sulla resistenza delle talee di vite alle basse temperature.** [Resistance of vine cuttings to low temperatures] 457

SCARASCIA, G. T.: **Rilievi genetici su popolazioni ibride di pero.** [Observations on the genetics of hybrid populations of pear] 21

SCURTI, F.: **Sul metodo Pratolongo per differenziare gli aceti di alcool dagli aceti artificiali. Ricerche sperimentali.** [The method proposed by Professor Pratolongo in order to distinguish the alcohol-vinegars from the artificial ones. Experimental researches] 643

SCURTI, J.: **Caratteristiche citologiche e microchimiche degli asparagi congelati.** [Cytological and microchemical characters of frozen asparagi] 55

SCURTI, J.: **Sulle variazioni che l'apparato conidico di alcuni aspergilli subisce in substrati differenti.** [On the changes that the conidial apparatus of some Aspergilli undergoes on different culture media] 101

SCURTI, J.: **Sulla pseudosuberosi delle mele.** [Pseudosuberosis of apples] 247

SERVADEI, A., vedi MARTELLI, M., e SERVADEI, A.

STANGANELLI, M.: **Relazioni intercorrenti fra alcune proprietà fisico-meccaniche e fisico-chimiche dei terreni siciliani.** [Relations between some physical-mechanical and physical-chemical properties of Sicilian soils] 145

TIBERIO, M., vedi MAYMONE, B., e TIBERIO, M.

TOMBESI, L.: **Ricerche sperimentali sul fabbisogno idrico del colza. Nota I. - Il consumo idrico unitario.** [Water requirements of rape. I. Unit water consumption] 595

TOMBESI, L., vedi anche MARIMPIETRI, L., e TOMBESI, L.

VENEZIA, M.: **Indagini e prospettive sulle uve da tavola.** [Investigations on table grapes and their further possibilities] 221

SUPPLEMENTI AL VOLUME II

Num. 1:

BRESAOLA, M.: **Per la produzione foraggera. Le sementi nella legge e nei metodi ufficiali di analisi.** [The improvement of forage crop. Regulations on seeds and official methods of analysis] 1

Num. 2:

Onoranze a Lionello Petri. [A meeting in honour of the late Lionello Petri] 1

CARRANTE, A.: **Lionello Petri, artefice della difesa dei prodotti agricoli.** [Lionello Petri as defensor of the crops] V

GRANDI, G.: **Discorso della celebrazione di Lionello Petri.** [Lecture for the memorial of Lionello Petri] IX

SIBILIA, C.: **Lionello Petri nell'insegnamento e nella sperimentazione.** [Lionello Petri as a teacher and a researcher] XVII

Sottoscrizione per le onoranze a Lionello Petri. [Subscription for an honouring remembrance of Lionello Petri] XXI

Num. 3:

SCURTI, J.: **Chiave analitica per il riconoscimento delle piante infestanti attraverso i semi.** [An analytical key for the determination of weeds through their seeds] 1

Num. 4:

BRESAOLA, M.: **La produzione foraggera nell'attività sperimentale.** [Research in connection with forage corps] 1

BRESAOLA, M.: **L'attività della Stazione sperimentale di Praticoltura di Lodi.** [Report on the work of the Stazione sperimentale di Praticoltura at Lodi] IX

Num. 5:

DI PRIMA, S.: **Principali calcoli statistici ed applicazioni per le ricerche nel campo agrario.** [Fundamental statistical calculi and their application in agricultural researches] I

FENAROLI, L.: **Il servizio d'introduzione di piante e semi negli Stati Uniti d'America e l'opportunità di un'analoga iniziativa in Italia.** [The S. P. I. (Seed and Plant Introduction) Service in the U. S. A. and the advisability of the organisation of a similar Service in Italy] LXXXIII

SCURTI, F.: **L'industria del congelamento dei prodotti ortofrutticoli.** [The freezing industry of fruit and vegetable products] CVII

NORME PER I COLLABORATORI

1. – Sono accolti per la pubblicazione negli *Annali della Sperimentazione Agraria* unicamente i lavori originali, a carattere sperimentale, eseguiti negli Istituti di sperimentazione agraria dipendenti dal Ministero dell'Agricoltura e delle Foreste o da questo sussidiati. I lavori, di norma, non debbono superare 32 pagine di stampa; le tabelle e le illustrazioni in essi contenute debbono essere ridotte allo stretto necessario.

2. – I lavori di cui si chiede la pubblicazione debbono essere inviati alla Redazione degli *Annali della Sperimentazione Agraria* (Ministero dell'Agricoltura e delle Foreste, Direzione Generale della Produzione Agricola, Divisione III) redatti nella forma definitiva e dattilografati; saranno trasmessi alla Redazione suddetta insieme con una lettera accompagnatoria, firmata dal direttore dell'Istituto da cui essi provengono. Gli originali non saranno restituiti agli autori.

3. – I nomi scientifici (latini) di piante e animali debbono essere scritti in lettere minuscole e sottolineati con una linea intera.

I nomi delle varietà (non latini) debbono essere scritti in lettere minuscole e fra virgolette.

I nomi degli autori citati nel testo, nonchè le parole o frasi su cui si desidera di richiamare l'attenzione del lettore, debbono essere sottolineati con una linea spezzata (– – – – – – – – – – –).

Gli autori sono pregati di non sottolineare parole o frasi per nessun'altra ragione e di non scrivere intere parole o frasi in lettere maiuscole.

4. – Per i numeri decimali debbono essere adoperate virgole e mai punti, così nel testo come nelle tabelle.

5. – Per le unità di misura si farà sempre uso delle apposite abbreviazioni. Per es.:

m	= metro	γ	= milionesimo di grammo	cc	= centimetro cubico
dm	= decimetro	%	= per cento	h	= ora
cm	= centimetro	N	= normale	min	= minuto primo
mm	= millimetro	pH	= pH, Ph	sec	= minuto secondo
μ	= micron	cm^2	= centimetro quadrato	σ	= millesimo di secondo
mμ	= micromicron	mm^2	= millimetro quadrato	‰	= per mille
m^2	= metro quadrato	′	= minuto d'arco	0,N	= decimo normale
mol	= grammo molecola	″	= secondo d'arco	g–eq	= grammo equivalente
milmol	= grammo molecola 1000	l	= litro		

6. – Le formule chimiche debbono essere scritte con indici in basso. Es.: CO_2.

7. – Le chiamate nel testo di eventuali note messe a pie' di pagina debbono essere indicate per mezzo di asterischi.

8. – I grafici debbono essere tracciati con inchiostro di Cina su cartoncino bianco levigato, ma non lucido.

9. – Le didascalie delle illustrazioni, nonchè le tabelle debbono essere scritte su fogli distinti da quelli del testo.

10. – Ogni lavoro deve essere sempre accompagnato da un riassunto (in forma impersonale) del suo contenuto essenziale (scopo del lavoro, risultati ottenuti). Detto riassunto sarà pubblicato anche in lingua inglese.

11. – L'elenco bibliografico, compilato secondo l'ordine alfabetico dei cognomi degli autori citati e munito dei numeri progressivi di riferimento a quest'ultimi, deve trovarsi alla fine del lavoro.

I numeri di riferimento bibliografico, nel testo, debbono essere scritti tra parentesi, al livello del testo stesso.

I dati relativi a ciascuna citazione bibliografica saranno indicati nell'ordine seguente:

a) cognome (i) dell'autore e iniziale (i) del suo nome (o dei suoi nomi); *b*) titolo del lavoro citato; *c*) titolo del periodico in cui il lavoro è stato pubblicato; *d*) luogo di pubblicazione del periodico; *e*) data di pubblicazione del periodico; *f*) numero dell'annata o del fascicolo del periodico; *g*) numero delle pagine (prima e ultima) del lavoro citato; *h*) numero delle figure o illustrazioni (nel testo o fuori testo); *i*) elenco bibliografico ove questo presenti un particolare interesse per il lettore; *j*) nelle citazioni bibliografiche di opere non periodiche, intercalare tra il luogo e la data di pubblicazione il nome dell'editore o dell'impresa editoriale e far seguire il numero del volume o tomo cui ci si riferisce, nonchè quello delle pagine, delle figure, ecc.

Gli *Annali della Sperimentazione Agraria* (nuova serie) sono in vendita presso la
LIBRERIA DELLO STATO
Piazza Giuseppe Verdi, ROMA
Prezzo di ogni numero: L. 200 (per l'estero il doppio)